
「金融危機と金融工学」

“金融市場の変質とデリバティブ評価の問題点”

「担保、ベーススプレッドを考慮した金利の期間構造モデルの提案」

2010年7月20日

報告者： 高橋明彦(東京大学大学院経済学研究科)

CARF研究会：(2009/5- 嶋田康史, 藤井優成, 高橋)発表論文

No	タイトル	著者	年月日等
1	A Note on Construction of Multiple Swap Curves with and without Collateral	Fujii Shimada Takahashi	July 2009, CARF Working Paper F-154 SSRN:1440633 金融庁, FSAリサーチ・レビュー第6号
2	A Survey on Modeling and Analysis of Basis Swap	Fujii Shimada Takahashi	December 2009, CARF Working Paper F-195 SSRN:1520618
3	A Market Model of Interest Rates with Dynamic Basis Spreads in the Presence of Collateral and multiple Currencies	Fujii Shimada Takahashi	December 2009, CARF Working Paper F-196 SSRN:1520619
4	On the Term Structure of Interest Rates with Basis Spreads, Collateral and Multiple Currencies	Fujii Shimada Takahashi	February 2010, SSRN:1556487
5	Collateral Posting and Choice of Collateral Currency - Implications for Derivative Pricing and Risk Management	Fujii Shimada Takahashi	May 2010, CARF Working Paper F-216 SSRN:1601866

Social Science Research Network(SSRN)におけるダウンロード実績1060件以上,
海外の研究者, 実務家の論文・発表資料に引用されている。(e.g. Mercurio, Bianchetti)

CARF研究会：(2009/5- 嶋田康史, 藤井優成, 高橋)
学会、セミナー等对外発表

No	タイトル	発表者	年月日等
1	On the Term Structure of Interest Rates with Basis Spreads, Collateral and Multiple Currencies	Takahashi	February 2010, International Workshop on Mathematical Finance
2	A Market Model of Interest Rates with Dynamic Basis Spreads in the Presence of Collateral and multiple Currencies	Fujii Shimada Takahashi	March 2010, 金融庁 (Finance Service Agency)
3	A Market Model of Interest Rates with Dynamic Basis Spreads in the Presence of Collateral and multiple Currencies	Fujii Shimada Takahashi	March 2010, 日本銀行 (Bank of Japan)
4	金融市場の変質とデリバティブ評価の問題点	Fujii Shimada Takahashi	May 2010, 金融庁 (Finance Service Agency)

目次

1. はじめに
2. 金融市場の変質
3. 新しいモデルとフレームワーク
4. 今後の課題

はじめに

- 90年代後半からリーマンショックを経て、取引相手、自社の信用力を補完せずには市場取引をできない傾向が強まり、担保付きのスワップ取引が増加。
- 一方、依然LIBORが、将来の期待キャッシュフローの割引現在価値の計算に使用。
→スワップ取引が担保付きか否かにより、異なる割引率を用いる必要。
- さらに、近年、通貨が異なるキャッシュフローのスワップ取引のみならず、同じ通貨のスワップ取引(期間の異なるLIBORを交換する取引)においてもスプレッドが明らかに存在。→割引率の違いはそれらの価値評価にも影響。
- 信用リスクに対する不安が払しょくされなければ、担保付き取引はさらに拡大。
→従来の“LIBOR 割引”の計算方法では、取引の価値やそのヘッジコストの適切な計算が不可能。
担保がない取引においては、クレジット・リスク・プレミアムを控除し、価値評価を適正化する必要。
- 本研究は、異種通貨の担保付き取引にも対応した新しい「金利の期間構造モデル」を提示。→金利・為替等のデリバティブのプライシング、リスク管理に大きな影響。

-
1. はじめに
 2. **金融市場の変質**
 3. 新しいモデルとフレームワーク
 4. 今後の課題

2008年以降の金融市場の変質

- テナースワップのスプレッドの拡大
- カレンシースワップのスプレッドの拡大
- LiborとOvernight Index Swap (OIS)のスプレッド拡大
- デリバティブ取引における担保付取引の拡大

従来のデリバティブ価格理論では織り込んでいない現象

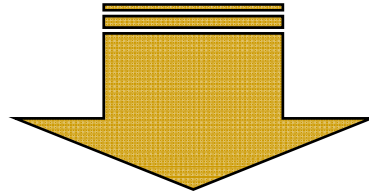
通貨毎に単一の評価カーブしか設定できないシステムは使用不能

外貨調達・運用に関わる複合商品の評価の限界

デリバティブポートフォリオは黒字でも、担保差入、資金繰りでは赤字の可能性

これらが解決できたとしても

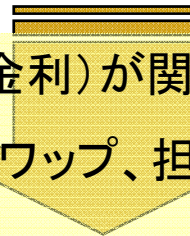
2008年以降の金融市場の変質



エキゾチックオプション等を評価する金利期間構造モデルのプライシングへの疑義

PRDCの取引例

利率	:	当初1年間	<u>8.00%</u> (30/360、期日調整無し)
		2年目以降	<u>25.00% × (FX/基準為替) - 20.00%</u> (30/360、期日調整無し)
			(但し、利率は0%を下回しません。)
			FX: 各利払日の11営業日前(予定)の東京時間午後3時に Reuters JPNU に発表される JPY/USD のビッド・レート(後決め)
			基準為替: 116.40 (SPOT)
トリガー償還条項	:	20XX年12月以降の各利払日(但し、償還日を除く)の5営業日前の東京時間午後3時に Reuters JPNU に発表される JPY/USD のビッド・レート(後決め)が、下記トリガー為替レート以上の円安/ドル高の場合、本債券は当該利払日に発行額にて期限前償還される。	
トリガー為替レート	:	<u>115.00 (SPOT 為替 -1.40円) から毎年0.50円ずつステップダウン</u>	



複数の通貨(ないしその金利)が関与するキャッシュフロー
⇒テナースワップ、カレンシースワップ、担保がすべて影響する取引例。

2008年以降の金融市場の変質

取引は将来に渡り続いていく

ネット・ポジションに対するリスク計測ならびにヘッジ取引の有効性への疑義

ポートフォリオ管理コストに対し担保通貨等の違いがもたらす不利な影響

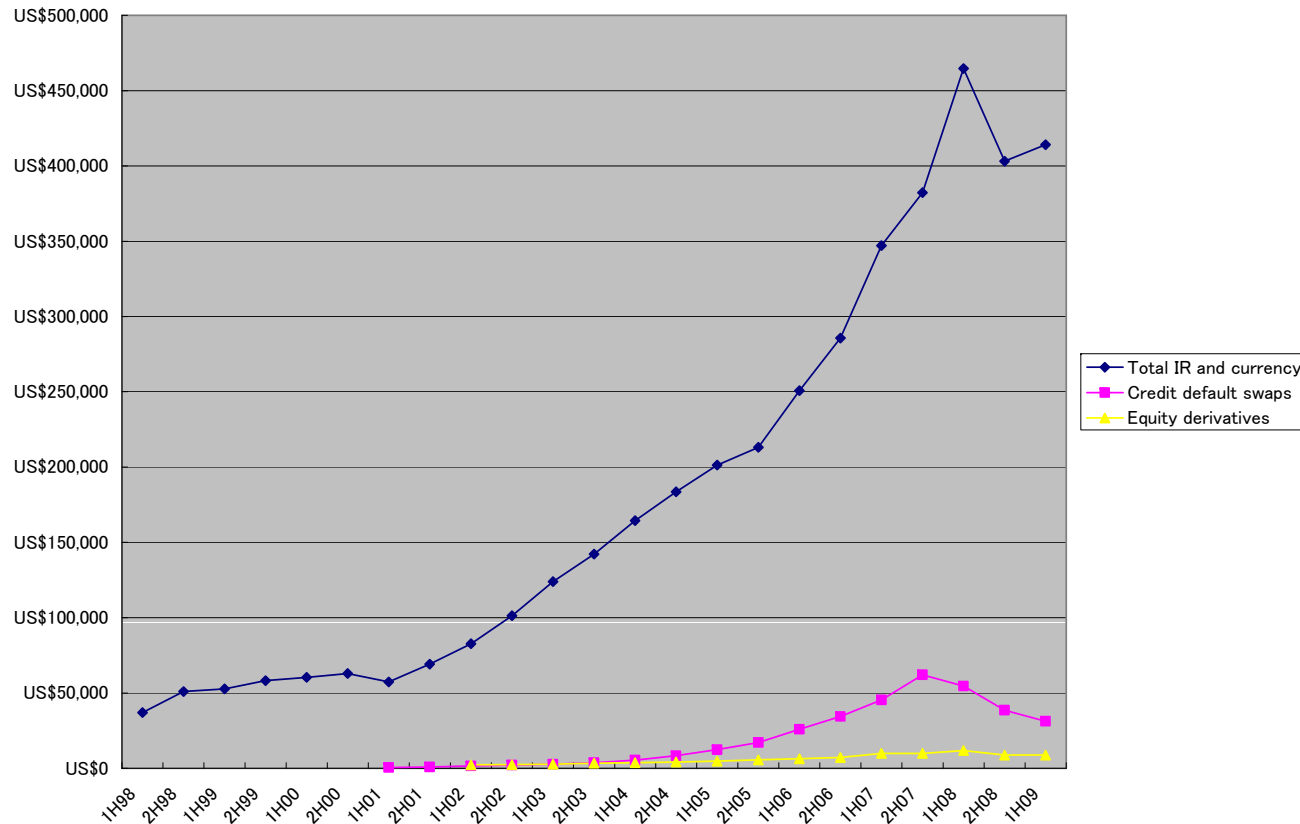
対症的アプローチの限界

適正なプライシング・ポートフォリオのリスク分析・ヘッジ運営のため、“通貨、テナーのベース・スプレッド、担保”を考慮した金利期間構造モデルによる新しいフレームワークが求められている。

デリバティブ市場の推移

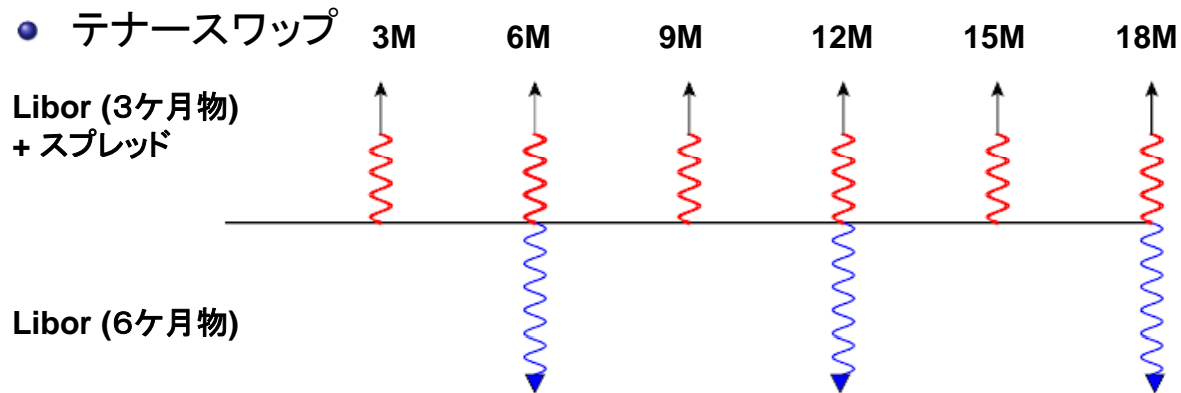
拡大一方で400兆ドルもの金額に膨張したデリバティブ市場であるが、近年、成長減速が見られる。金融機関の信用力低下等による各種ベース・スプレッドの拡大、担保付取引の普及など市場の変化も顕在化しつつある。

想定元本の残高推移、半期データ、全調査取引、1998-2009 10億ドル、ダブルカウント調整済み（出所：ISDA）



テナースワップ

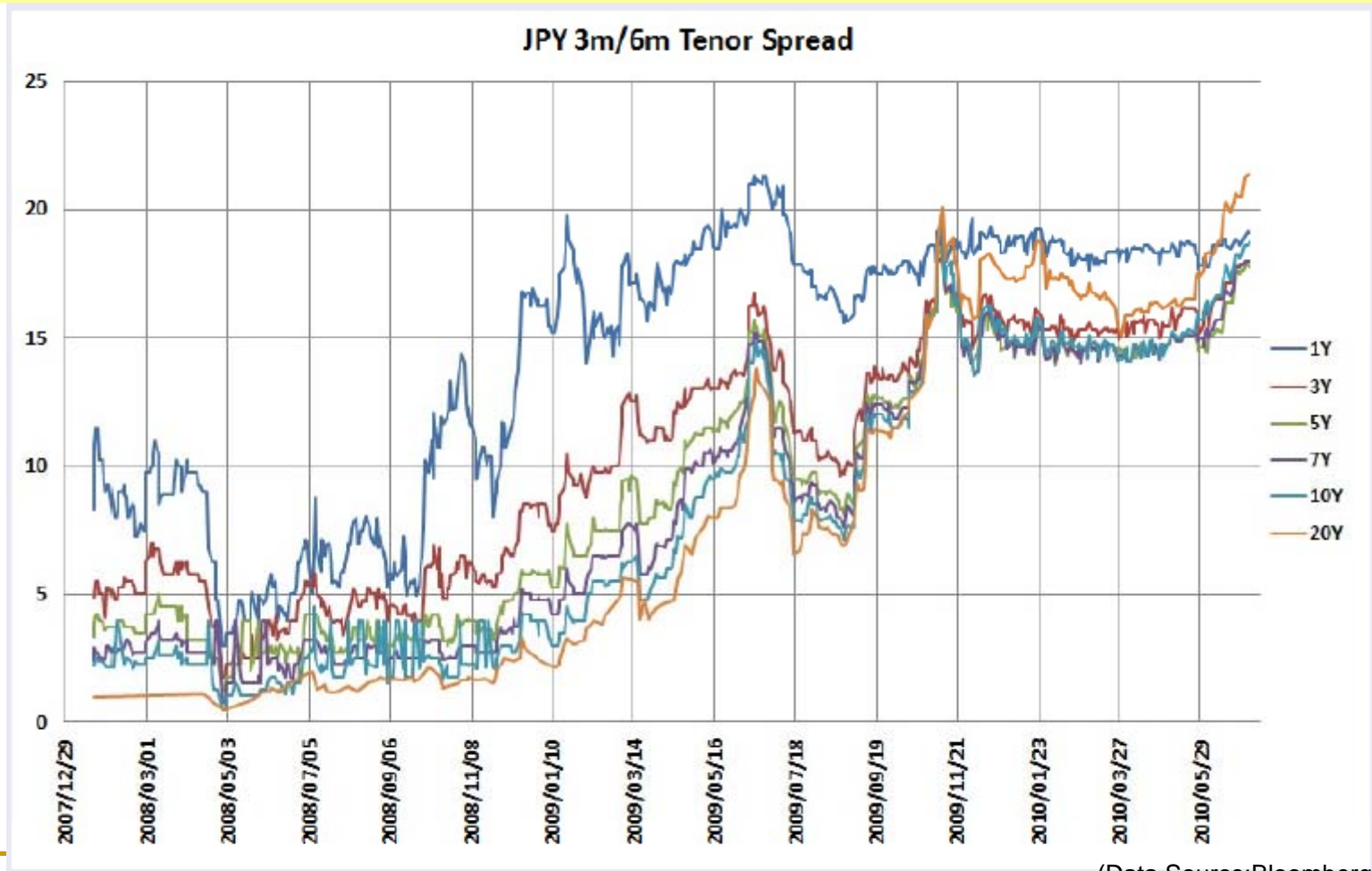
6ヶ月より短いレファレンス期間のLibor (ex. 1ヶ月物Libor, 3ヶ月物 Libor)を使用する場合、価値を過大に評価してしまう可能性がある。



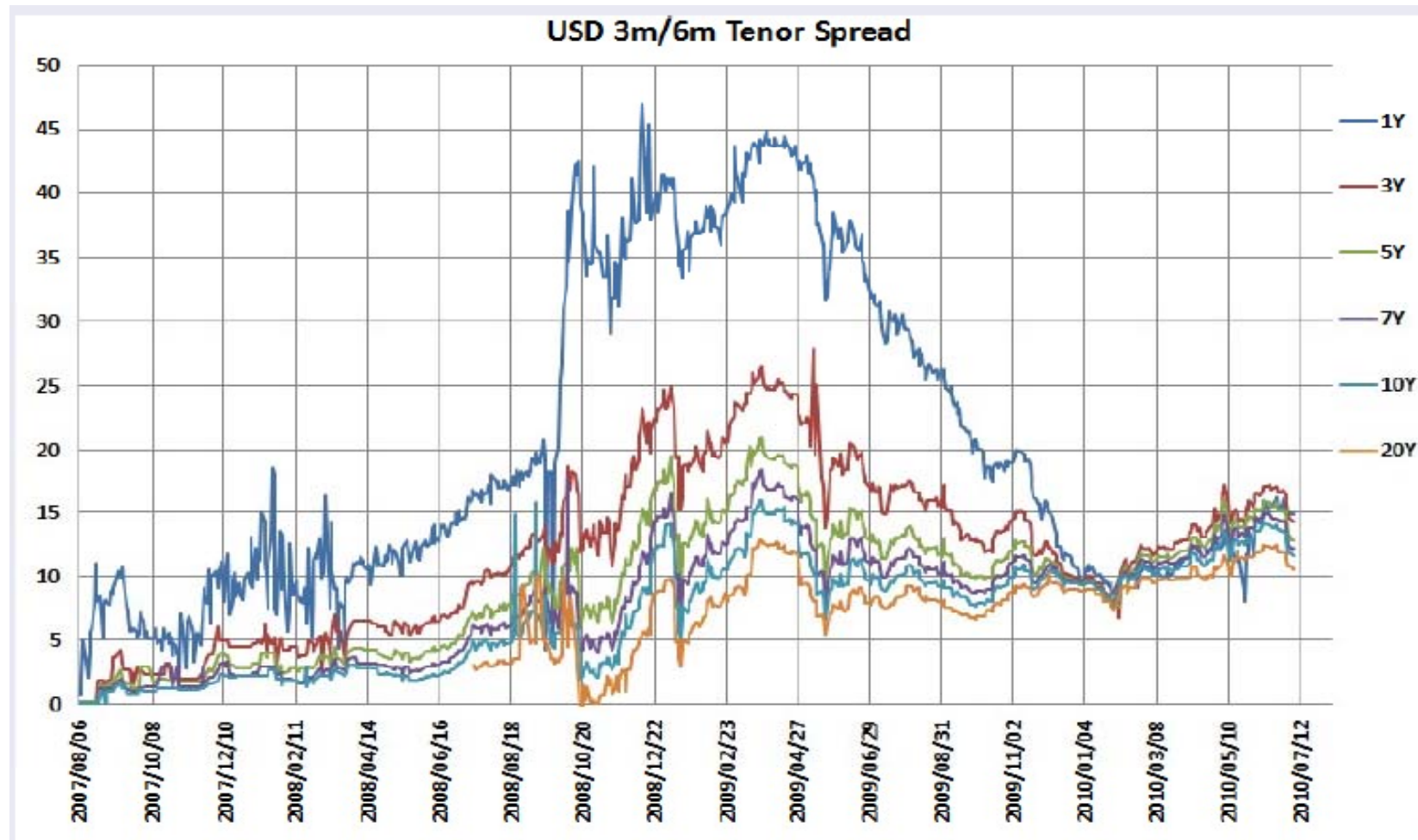
- ・テキストブック的な導入⇒**ゼロ・スプレッド**
- ・マーケット: 2007年以降スプレッドはかなり大きく、また水準も変化している。

テナースワップのベースス・スプレッドの拡大

6ヶ月物Liborとそれより短いレファレンス期間のLibor(ex. 1ヶ月物Libor, 3ヶ月物Libor)のスプレッドが拡大している。

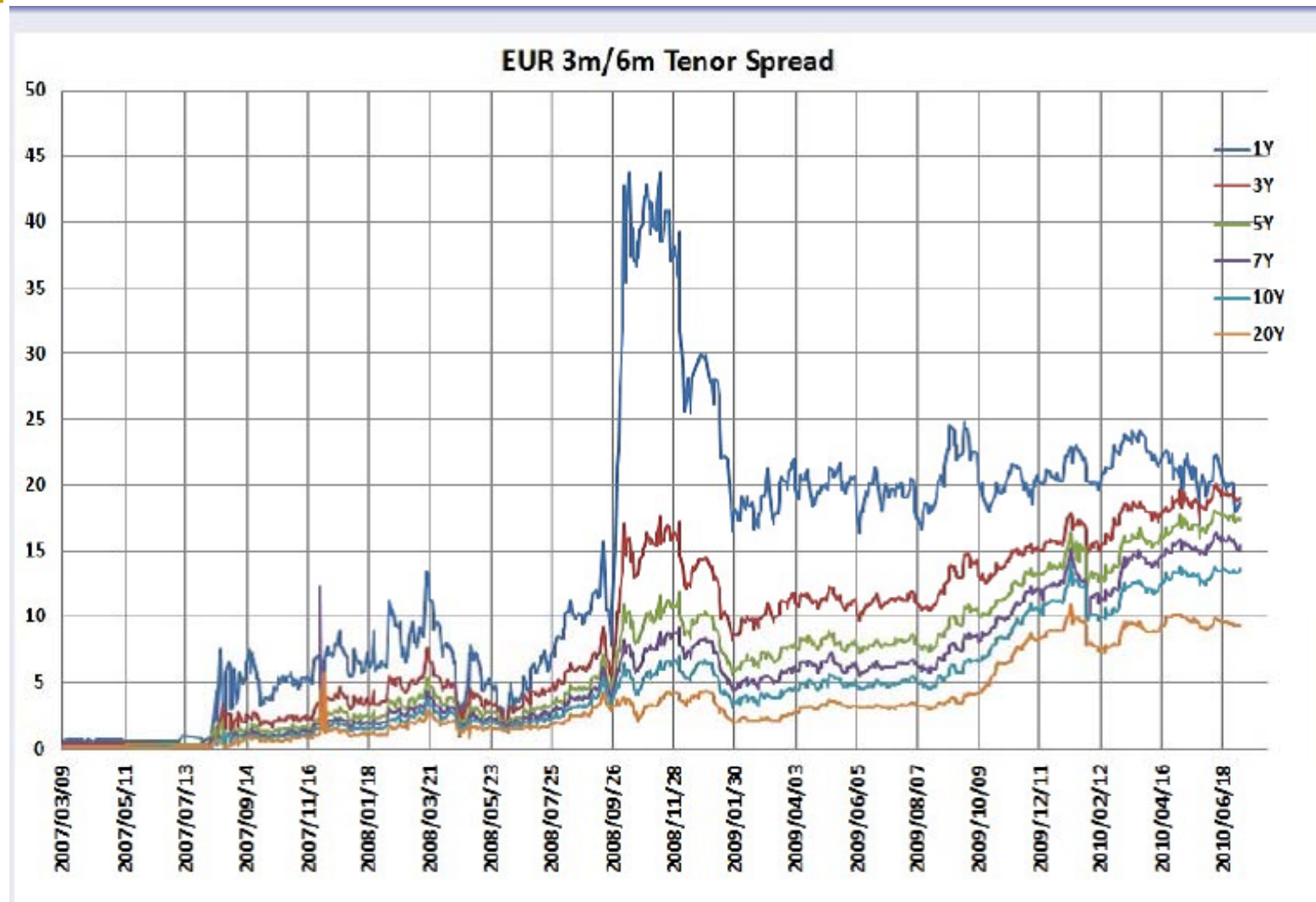


テナースワップのベース・スプレッドの拡大



(Data Source: Bloomberg)

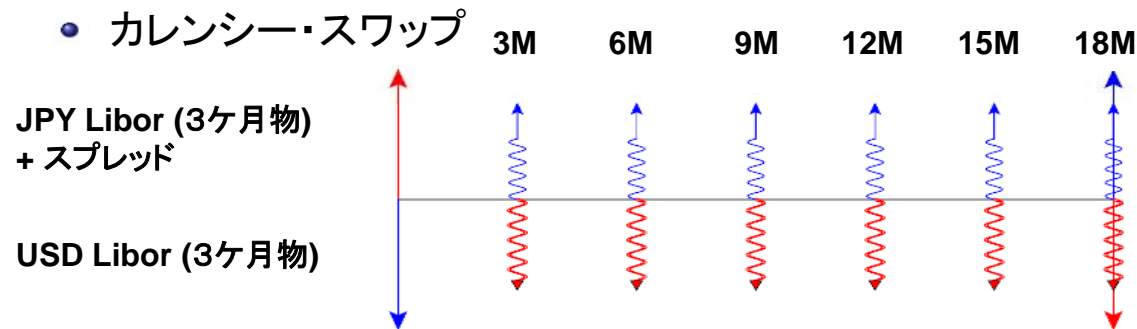
テナースワップのベース・スプレッドの拡大



(Data Source: Bloomberg)

カレンシースワップ

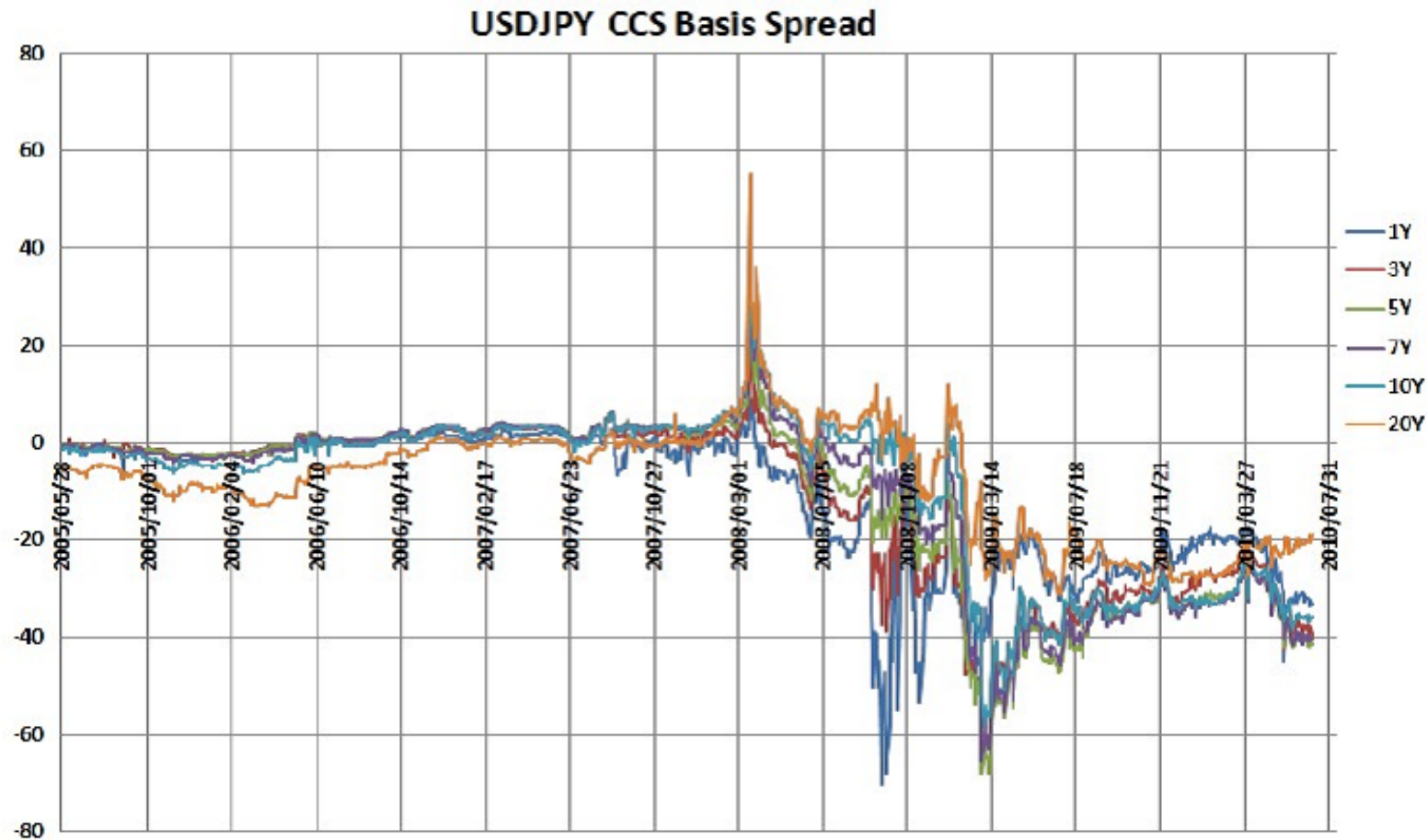
カレンシースワップのベース・スプレッドの存在は、取引が記帳される勘定の基準通貨により価値が有意に異なる可能性を示唆している。また複数国の通貨(ないしその金利)が関与するキャッシュフローを評価する場合、ベース・スプレッドの考慮の有無が価格に影響を与える。



- テキストブック的な導入⇒**ゼロ・スプレッド**
- マーケット: 以前よりスプレッドはかなり大きく、また水準も変化していた。
リーマンショック以降はさらに大きくかつ急激な変化。

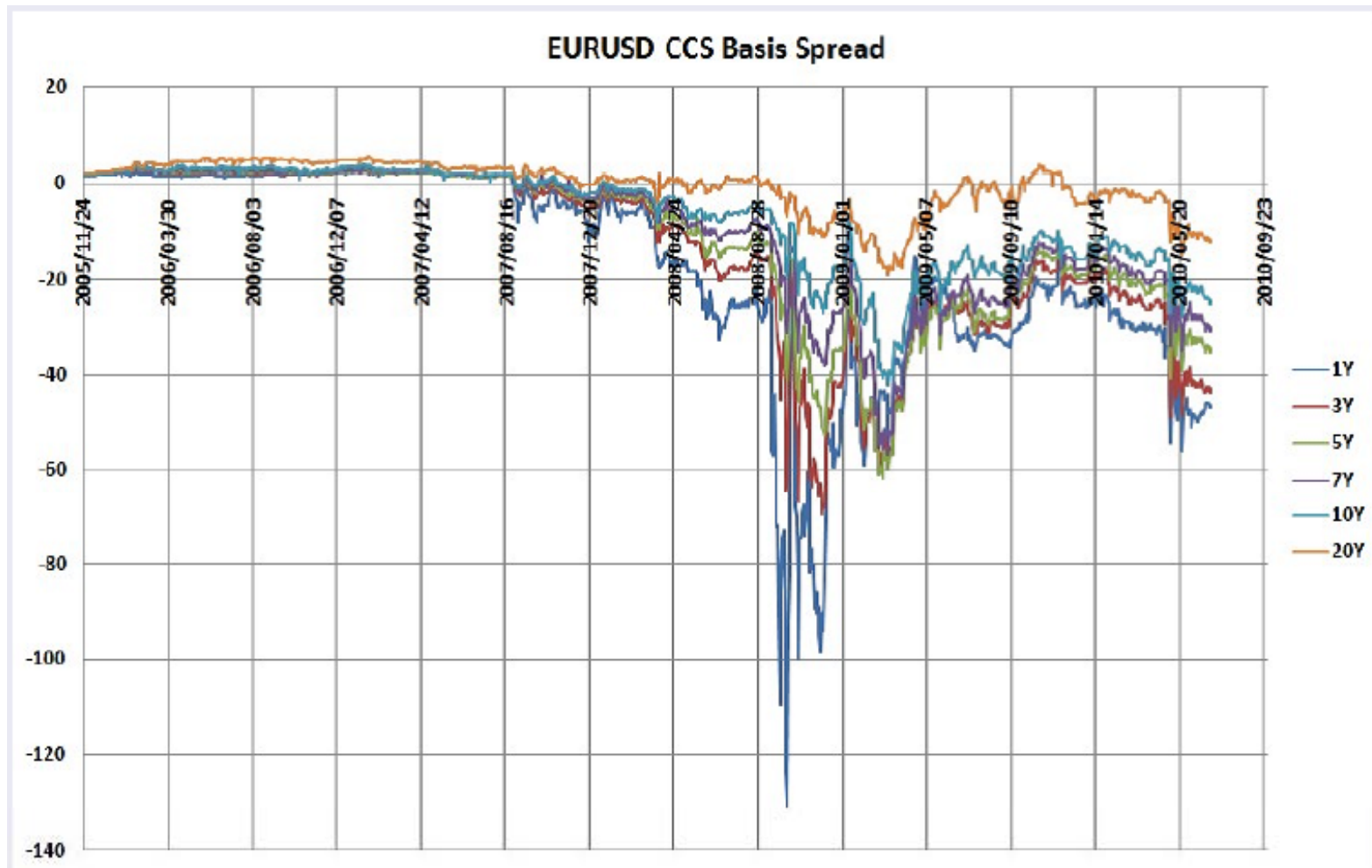
カレンシースワップのベースス・スプレッドの拡大

カレンシースワップのスプレッドは、従来より認識されている。需給の動きを中心に変動しているが、2008年以降金融危機等により、これまでにないスプレッドの拡大や変動率の上昇が見られる。



(Data Source: Bloomberg)

カレンシースワップのベース・スプレッドの拡大

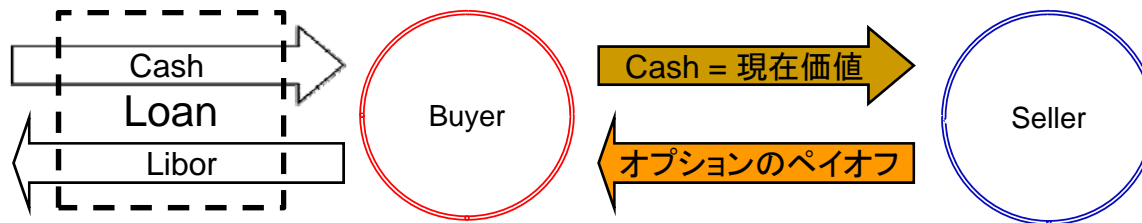


(Data Source: Bloomberg)

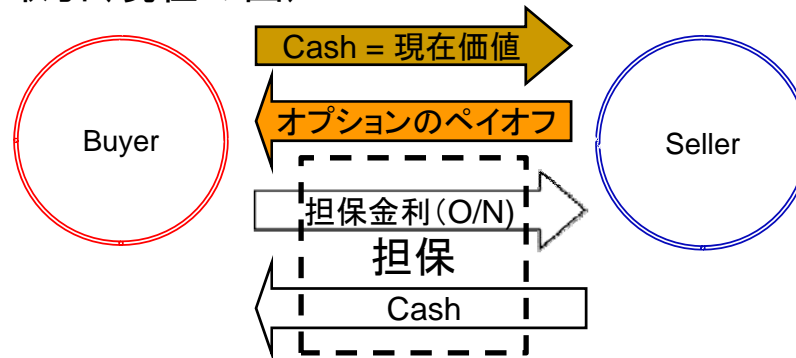
担保付デリバティブ取引

担保付取引により、低利のファイナンスが実現するため、Liborカーブによる評価自体に根本的な見直しが必要になる。

- ファンディングと無担保デリバティブ取引(旧来の図)

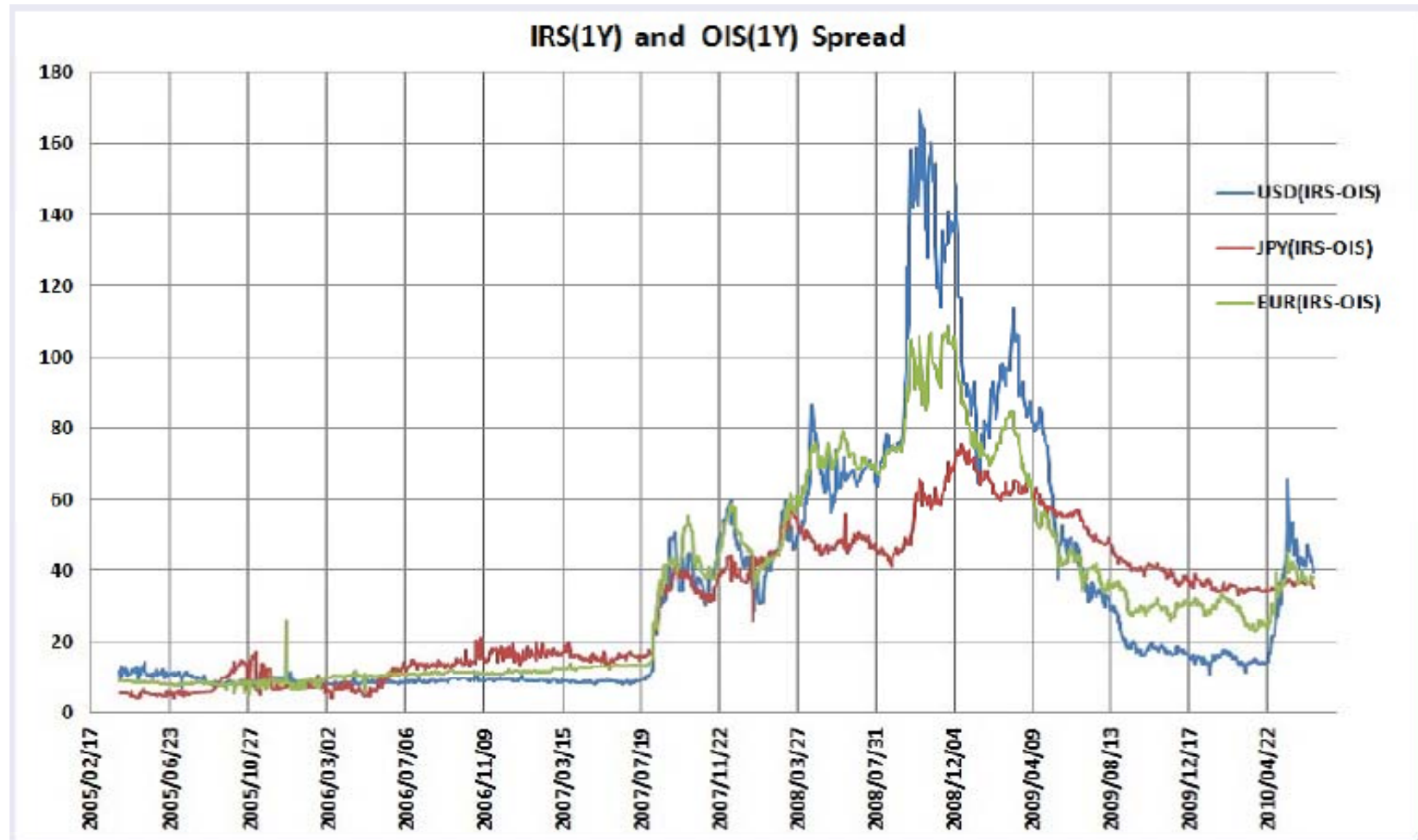


- 担保付デリバティブ取引(現在の図)



LiborとOISのスプレッドの拡大

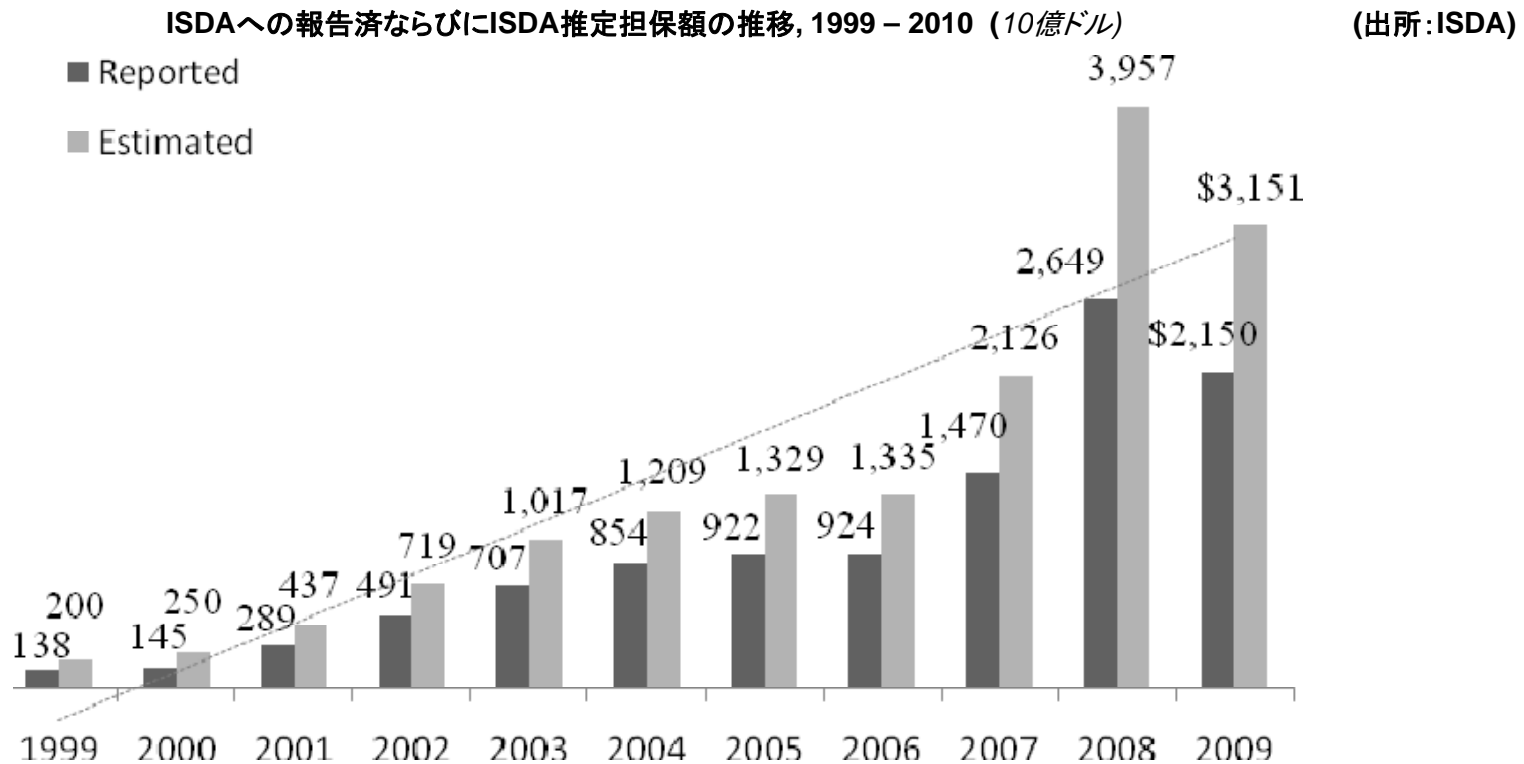
LiborスワップとOISのスプレッドが拡大している。2007年から2009年にかけて、これまでにないスプレッドの拡大や変動率の上昇が見られている。



(Data Source: Bloomberg)

デリバティブ取引における担保付取引の拡大

2010年ISDA(国際スワップ・デリバティブ協会)マージン調査によれば担保付取引は引き続き増加傾向で店頭デリバティブ取引の70%を占めるに至る。また推定預入担保額は世界合計で前年度の4兆ドルから減少したものの3.2兆ドルの高水準。担保付取引により、低利のファイナンスが実現するため、Liborカーブによる評価に見直しが必要になる。その影響が20bpsだとしても世界合計で64億ドル相当。



従来の金利・為替モデルの限界

テキストブック的な金利モデルを用いることは非常に危険.
なぜなら...

・様々な基本的な商品の誤った価値評価:

- ・Tenor Swap(TS)
- ・Cross Currency Swap(CCS) → Forex
- ・Overnight Index Swap(OIS)

→従って, 全ての商品のミスプライシングをもたらす.

例: 金利オプション(Cap/Floor, Swaption)、為替オプション、
CMS(Constant Maturity Swap)、Callable Swap、
PRDC(Power Reverse Dual Currency)債などの仕組み債

・Libor-OIS スプレッドの変動に対するエクスポージャーのような
重要なリスクを認識することができない. → 正しいリスク管理が不可能.

-
1. はじめに
 2. 金融市場の変質
 3. **新しいモデルとフレームワーク**
 4. 今後の課題

次世代「金利期間構造モデル」

長期間、複数の通貨が関与するキャッシュフローを統合されたリスク管理の枠組みで評価するためには、以下の要件を満たす次世代の「金利期間構造モデル」が不可欠。

- 1 複数の通貨にまたがる派生商品(群)、それらに対するヘッジ取引を無裁定条件と統合的な枠組みに基づき統一的に評価するモデル
- 2 Tenor Swap、CCSなどの各種Basis市場に対応(カリブレーション)
- 3 ISDA CSA(Credit Support Annex)契約の普及に伴う担保付取引への対応
- 4 ポートフォリオが記帳される勘定の基準通貨への対応

担保付デリバティブの価格式

担保付デリバティブ価格式(ヨーロッパ型オプション)

どの通貨の資産を担保として差し入れるかにより、価格が有意に異なるメカニズムを考慮。

Proposition

T -maturing European option under the collateralization is given by

$$\begin{aligned}h^{(i)}(t) &= \mathbb{E}_t^{Q_i} \left[e^{-\int_t^T r^{(i)}(s) ds} \left(e^{\int_t^T y^{(j)}(s) ds} \right) h^{(i)}(T) \right] \\ &= D^{(i)}(t, T) \mathbb{E}_t^{\mathcal{T}^{(i)c}} \left[\left(e^{-\int_t^T y^{(i,j)}(s) ds} \right) h^{(i)}(T) \right]\end{aligned}$$

where,

$$y^{(j)}(s) = r^{(j)}(s) - c^{(j)}(s) \quad , \quad y^{(i,j)}(s) = y^{(i)}(s) - y^{(j)}(s)$$

$$D^{(i)}(t, T) = \mathbb{E}_t^{Q_i} \left[e^{-\int_t^T c^{(i)}(s) ds} \right]$$

- $h^{(i)}(T)$: option payoff at time T in currency i
- collateral is posted in currency j
- $c^{(j)}(s)$: instantaneous collateral rate of currency j at time s
- $r^{(j)}(s)$: instantaneous risk-free rate of currency j at time s
- $\mathbb{E}^{\mathcal{T}^{(i)c}}[\cdot]$: expectation under the fwd measure associated with $D^{(i)}(\cdot, T)$
- Q_i : Money-Market measure of currency i

担保付デリバティブの価格式

Corollary

- If payment and collateral currencies are the same, the option value is given by

$$\begin{aligned} h(t) &= E_t^Q \left[e^{-\int_t^T c(s) ds} h(T) \right] \\ &= D(t, T) E_t^{T^c} [h(T)] . \end{aligned}$$

Building Blocks

$$c^{(i)}(t, T) = -\frac{\partial}{\partial T} \ln D^{(i)}(t, T)$$

$$B^{(i)}(t, T_k; \tau) = E_t^{\mathcal{T}_{k, (i)}^c} \left[L^{(i)}(T_{k-1}, T_k; \tau) \right] - \frac{1}{\delta_k^{(i)}} \left(\frac{D^{(i)}(t, T_{k-1})}{D^{(i)}(t, T_k)} - 1 \right)$$

$$y^{(i, k)}(t, T) = -\frac{\partial}{\partial T} \ln \left(E_t^{Q_i} \left[e^{-\int_t^T y^{(i, k)}(s) ds} \right] \right)$$

「担保付デリバティブの価格式」と「金利の期間構造の構成」

Construction of Term Structure

Term structure construction procedures

See, (Fujii, Shimada, Takahashi 2009) [1] for details.

- (1), OIS $\Rightarrow c^{(i)}(t, s)$
 - (2), IRS+TS+(1) $\Rightarrow B^{(i)}(t, s; \tau)$
 - (3), CCS+(1)+(2) $\Rightarrow y^{(i,j)}(t, s)$
-
- Assume collateralization in domestic currency for OIS, IRS and TS ².
 - Assume collateralization in USD for CCS (USD crosses).
 - No-arbitrage dynamics of these underlyings in HJM framework is given in (Fujii, Shimada, Takahashi 2009)[2].

²Assumption on collateral currency has only minor impact on the market par quotes.

「担保付デリバティブの価格式」と「金利の期間構造の構成」

担保付金利スワップ、テナースワップの価格式

- Collateralized IRS $D(t, T) = E_t^Q \left[e^{-\int_t^T c(s) ds} \right]$

$$\text{IRS}_M(t) \sum_{m=1}^M \Delta_m D(t, T_m) = \sum_{m=1}^M \delta_m D(t, T_m) \mathbb{E}_t^{\mathcal{T}_m^c} [L(T_{m-1}, T_m; \tau)]$$

- Collateralized TS²

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \delta_n D(t, T_n) \left(\mathbb{E}_t^{\mathcal{T}_n^c} [L(T_{n-1}, T_n; \tau_S)] + \text{TS}_N(t) \right) \\ = \sum_{m=1}^M \delta_m D(t, T_m) \mathbb{E}_t^{\mathcal{T}_m^c} [L(T_{m-1}, T_m; \tau_L)] \end{aligned}$$

Market quotes of collateralized OIS, IRS, TS, and proper spline method allow us to determine

$$\{D(t, T)\}, \quad \{\mathbb{E}_t^{\mathcal{T}_m^c} [L(T_{m-1}, T_m, \tau)]\}$$

for all the relevant T , T_m and tenor τ of Libor.

²The impact from the possible compounding of the short-tenor Leg is negligible.

「担保付デリバティブの価格式」と「金利の期間構造の構成」

通貨*i*、通貨*j* のMark-to-Market Currency SwapのPar Spread : B_N

市場で観測される $\{B_N\}_N$ により、 $y^{(j,i)}(0,s)$ (通貨*j*、通貨*i*間の無リスク金利とコラテラル金利のスプレッドの差)をカリブレーション。

$$B_N = \left[\left\{ \sum_{n=1}^N \delta_n^{(i)} D_{T_n}^{(i)} \left(\frac{D_{T_{n-1}}^{(j)}}{D_{T_{n-1}}^{(i)}} \right) e^{-\int_0^{T_{n-1}} y^{(j,i)}(0,s) ds} B_{T_n}^{(i)} - \sum_{n=1}^N \delta_n^{(j)} D_{T_n}^{(j)} e^{-\int_0^{T_n} y^{(j,i)}(0,s) ds} B_{T_n}^{(j)} \right\} - \sum_{n=1}^N D_{T_n}^{(j)} e^{-\int_0^{T_{n-1}} y^{(j,i)}(0,s) ds} \left(e^{-\int_{T_{n-1}}^{T_n} y^{(j,i)}(0,s) ds} - 1 \right) \right] / \sum_{n=1}^N \delta_n^{(j)} D_{T_n}^{(j)} e^{-\int_0^{T_n} y^{(j,i)}(0,s) ds}, \quad (4.8)$$

where we have shortened the notations as $D^{(k)}(0, T) = D_T^{(k)}$ and $B^{(k)}(0, T; \tau) = B_T^{(k)}$.

担保付デリバティブの価値評価(基本的要素の変動過程)

担保付取引により、Liborカーブに基づく評価法に根本的な見直しが必要になる。
 $c^{(i)}$ ~ コラテラル金利や $y^{(i,j)}(t,s)$ (通貨j、通貨i間の無リスク金利とコラテラル金利のスプレッド差) の変動も考慮。

Set of SDEs in Multi-Currency Environment

$$\frac{df_x^{(i,j)}(t)}{f_x^{(i,j)}(t)} = (c^{(i)}(t) - c^{(j)}(t) + y^{(i,j)}(s)) dt + \sigma_X^{(i,j)}(t) \cdot dW^{Q_i}(t)$$

$$dc^{(i)}(t, s) = \sigma_c^{(i)}(t, s) \cdot \left(\int_t^s \sigma_c^{(i)}(t, u) du \right) dt + \sigma_c^{(i)}(t, s) \cdot dW^{Q_i}(t)$$

$$\frac{dB^{(i)}(t, T; \tau)}{B^{(i)}(t, T; \tau)} = \sigma_B^{(i)}(t, T; \tau) \cdot \left(\int_t^T \sigma_c^{(i)}(t, s) ds \right) dt + \sigma_B^{(i)}(t, T; \tau) \cdot dW^{Q_i}(t)$$

$$dc^{(j)}(t, s) = \sigma_c^{(j)}(t, s) \cdot \left[\left(\int_t^s \sigma_c^{(j)}(t, u) du \right) - \sigma_X^{(i,j)}(t) \right] dt + \sigma_c^{(j)}(t, s) \cdot dW^{Q_i}(t)$$

$$\frac{dB^{(j)}(t, T; \tau)}{B^{(j)}(t, T; \tau)} = \sigma_B^{(j)}(t, T; \tau) \cdot \left[\left(\int_t^T \sigma_c^{(j)}(t, s) ds \right) - \sigma_X^{(i,j)}(t) \right] dt + \sigma_B^{(j)}(t, T; \tau) \cdot dW^{Q_i}(t)$$

$$dy^{(i,k)}(t, s) = \sigma_y^{(i,k)}(t, s) \cdot \left(\int_t^s \sigma_y^{(i,k)}(t, u) du \right) dt + \sigma_y^{(i,k)}(t, s) \cdot dW^{Q_i}(t)$$

担保付き取引のデリバティブ価値評価へのインプリケーション

- ・将来のキャッシュフローを割り引く場合, Libor カーブを用いると10-20bp程度のLibor-OIS スプレッドでも長期においては数パーセントの過少評価となる.
- ・ Libor変動に対するヘッジに加えて, OIS変動に対するヘッジも必要となる.
金融危機の際, overnight rateはLiborと逆方向に動き得る(OIS スプレッドが拡大する(p.19)) ので, 特に注意を要する.
- ・ 図13は, 満期における元本1と定期的なLiborの支払いの現在価値 (5.1式)を様々な満期に対して示している. (Libor割引の場合の現在価値は1.)
伝統的な金利モデルを使用している場合, 極めて大きな金利リスクを見過ごしていることになる.
→ リスク管理における重要性

$$PV = \sum_{n=1}^N \delta_n D(0, T_n) E^{T_n^c} [L(T_{n-1}, T_n; \tau)] + D(0, T_N) \quad (5.1)$$

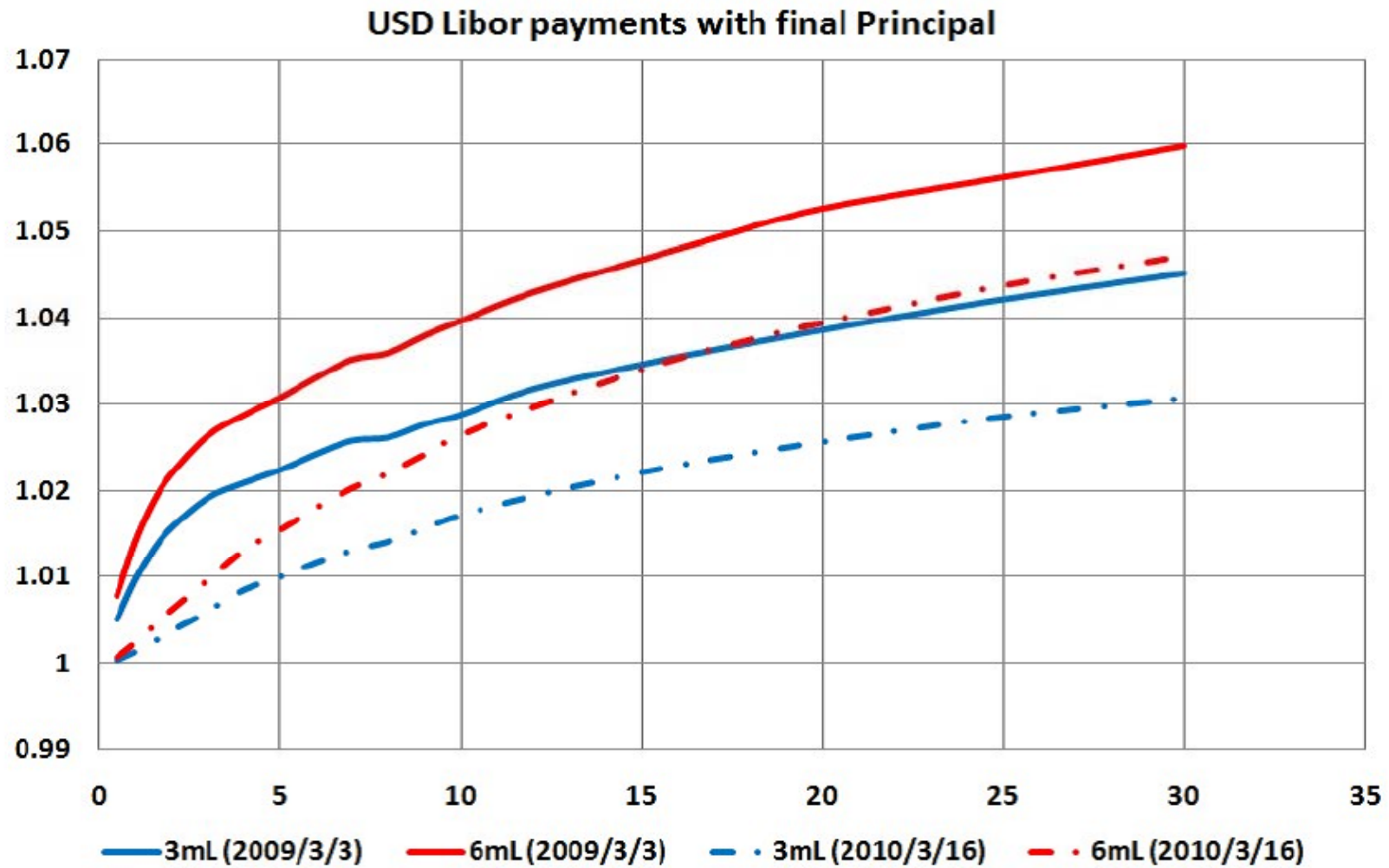


Figure 13: Present value of USD Libor stream with final principal (= 1) payment.

担保通貨選択権(担保差入れ側)の割引率(現在価値)への影響

Role of $y^{(i,j)}$

Optimal behavior of collateral payer can significantly change the derivative value.

- Payment currency i with multiple currencies as eligible collateral choice \mathcal{C}

$$D^{(i)}(t, T) \Rightarrow E_t^{Q_i} \left[e^{-\int_t^T \max_{j \in \mathcal{C}} \{y^{(i,j)}(s)\} ds} \right] D^{(i)}(t, T)$$

- Payment currency and USD as eligible collateral is relatively common.

$$D^{(i)}(t, T) \Rightarrow E_t^{Q_i} \left[e^{-\int_t^T \max\{y^{(i,USD)}(s), 0\} ds} \right] D^{(i)}(t, T)$$

- Volatility of $y^{(i,j)}$ is an important determinant.

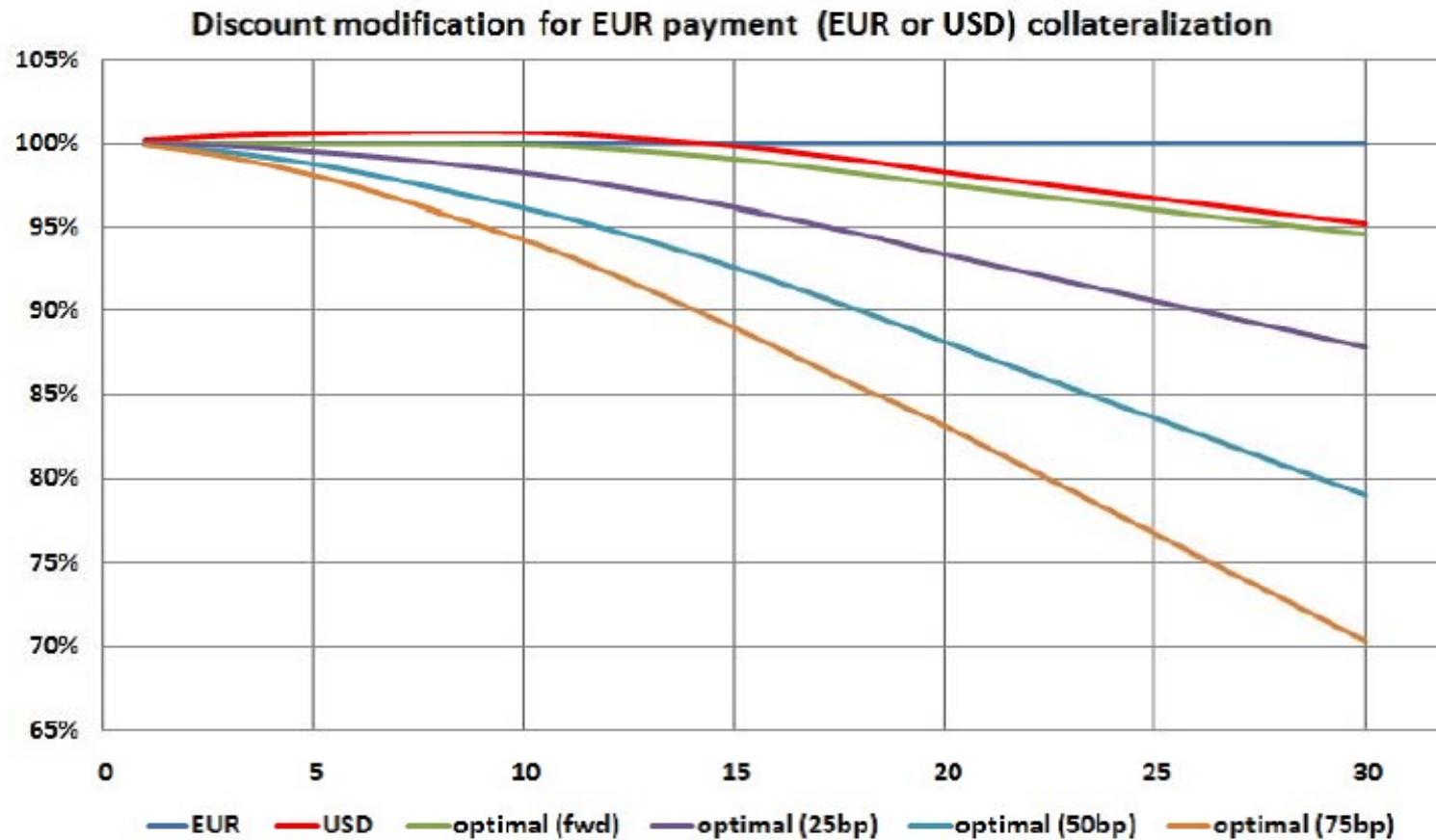


Figure 14: Modification of EUR discounting factors based on HW model for $y^{(EUR,USD)}$ as of 2010/3/16. The mean-reversion parameter is 1.5%, and the volatility is given at each label.

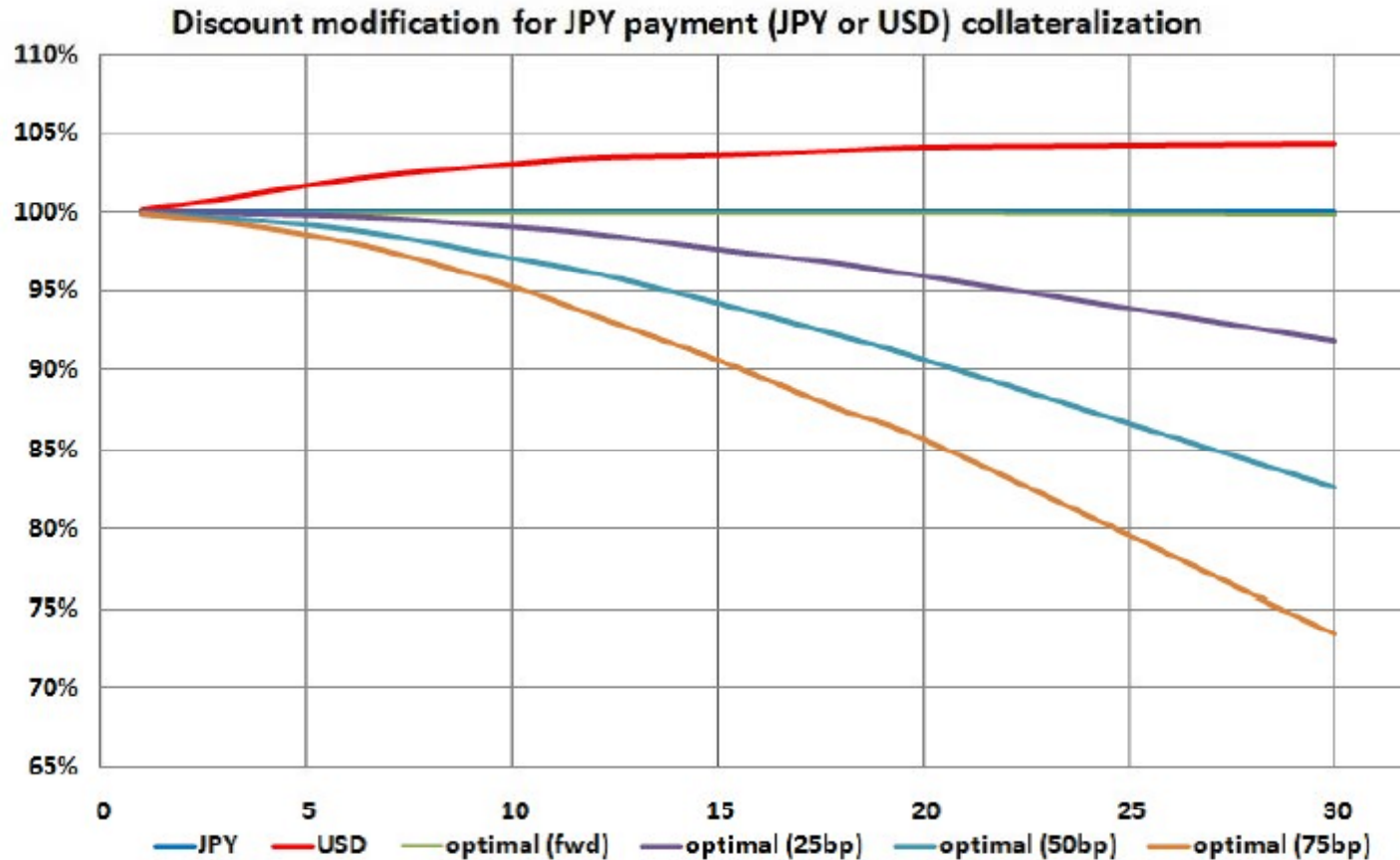


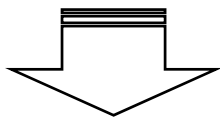
Figure 15: Modification of JPY discounting factors based on HW model for $y^{(JPY,USD)}$ as of 2010/3/16. The mean-reversion parameter is 1.5%, and the volatility is given at each label.

-
1. はじめに
 2. 金融市場の変質
 3. 新しいモデルとフレームワーク
 4. 今後の課題

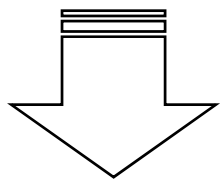
リスク・収益管理と国際競争

不完全な期間構造モデルによる不完全な収益・リスク管理

一部のプレイヤーによるプライシング、担保の使い分けによるアービトラージ



適正な期間構造モデルの導入



Overnight Index Swapの普及
担保契約の有無や担保の種類による価格の相違
会計上の基準通貨の違いによる価格の相違
デリバティブ取引管理システムの高度化

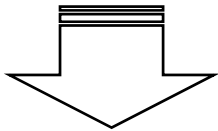
ポートフォリオの状況によっては再評価による負の影響－損失発生

デリバティブ市場における国際競争力への影響

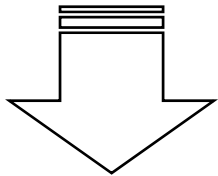
公正価値の概念

不完全な期間構造モデルによる不正確な公正価値

一部のプレイヤーによる公正価値の使い分け



適正な期間構造モデルの導入



CSA、清算機関、取引所取引での値洗い基準

Disclosure(会計、対顧客)用の公正価値基準

第三者評価によるチェックの重要性

清算機関での値洗い基準の最新動向

LCH.Clearnet が金利スワップポートフォリオ218兆ドルに対しOIS割引の採用決定。

Roger Liddell, chief executive, LCH.Clearnet said: ***“Accurate pricing is essential for prudent risk management. With the market moving increasingly to OIS, it was important for us to consider the implications of this. Our move to OIS discounting demonstrates our commitment to the highest standards of risk management and the sophistication of our Swap Clear service.”***

- London, 17 June 2010 LCH.Clearnet Ltd (LCH.Clearnet), which operates the world’s leading interest rate swap (IRS) clearing service, SwapClear, is to begin using the overnight index swap (OIS) rate curves to discount its \$218 trillion IRS portfolio.
- Previously, in line with market practice, the portfolio was discounted using LIBOR. However, an increasing proportion of trades are now priced using OIS discounting. After extensive consultation with market participants, LCH.Clearnet has decided to move to OIS to ensure the most accurate valuation of its portfolio for risk management purposes. LCH.Clearnet already uses OIS rates to price the rate of return on cash collateral.
- From 29 June 2010, USD, Euro and GBP trades in SwapClear will be revalued using OIS.