
金融市場の変質とデリバティブ評価の問題点

“通貨、ベーススプレッド、担保を考慮した金利の期間構造モデルの提案”

2010年5月19日

嶋田 康史、高橋 明彦、藤井 優成

目次

1. はじめに

2. 金融市場の変質

2008年以降の金融市場の変質

デリバティブ市場の推移

テナースワップのスプレッドの拡大

カレンシースワップのスプレッドの拡大

LiborとOISのスプレッド拡大

デリバティブ取引における担保付取引の拡大

3. デリバティブ市場のプレイヤー

デリバティブ取引の種類

デリバティブ市場のプレイヤー

ケーススタディ (① エンドユーザー Buyer)

ケーススタディ (① エンドユーザー Seller)

ケーススタディ (② 仲介金融機関 – バイラテラル)

ケーススタディ (② 仲介金融機関 – ユニラテラル)

ケーススタディ (③ マーケットメイカー)

目次(続き)

4. 新しいモデルとフレームワーク

次世代「期間構造モデル」
デリバティブ取引の種類
テナースワップ
カレンシースワップ
担保付デリバティブ取引

5. 今後の課題

リスク・収益管理と国際競争
公正価値の概念

付録 「資料編」

-
1. はじめに
 2. 金融市場の変質
 3. デリバティブ市場のプレイヤー
 4. 新しいモデルとフレームワーク
 5. 今後の課題

はじめに

- 90年代後半からリーマンショックを経て、今日に至るまで、取引相手の金融機関の信用力あるいは自社の信用力を補完せずにはマーケットで取引できない傾向は強まる一方で、担保付きのスワップ取引が増えていることは首肯できるが、依然LIBOR (London Inter Bank Offered Rate) が、将来の期待収益の割引現在価値の計算に用いられている。本来はスワップ取引が、担保付きか否かによって、異なる割引率を用いなければならない。通貨が異なるキャッシュフローのスワップ取引ばかりでなく、同じ通貨でのスワップ取引(期間の異なるLIBOR を交換する取引)においてもスプレッドが明らかに存在し、割引率の違いは影響を与える。
- 取引相手の金融機関の健全性に対する不安が払しょくされなければ、担保付きの取引は、さらに拡大するものと思われる。担保が付いていれば、明らかに資金調達コストを変化させるため、従来の“LIBOR 割引”の計算方法では、担保付きの取引の価格とヘッジコストが適切でないことになる。また担保がない取引においては、CVA(信用評価調整)等クレジット・リスク・プレミアムを控除し、バリュエーションを適正化する必要があると思われる。
- 私共の論文は、金融派生商品のPricingについて、異種通貨の担保付き取引にも対応した汎用性の高い「金利期間構造」を導出するモデルを示しており、既存のスワップ市場の取引に大きな影響を及ぼすと思われる。言い換えると、担保のありなしという慣習の変化が、金利期間構造の導出方法を変化させることを求めているものであり、実務上も利用可能な方法を提示している。

-
1. はじめに
 2. **金融市場の変質**
 3. デリバティブ市場のプレイヤー
 4. 新しいモデルとフレームワーク
 5. 今後の課題

2008年以降の金融市場の変質

- テナースワップのスプレッドの拡大
- カレンシースワップのスプレッドの拡大
- LiborとOvernight Index Swap (OIS)のスプレッド拡大
- デリバティブ取引における担保付取引の拡大

従来のデリバティブ価格理論では織り込んでいない現象

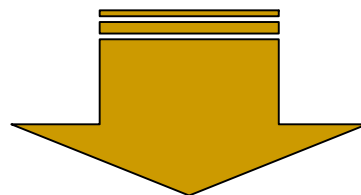
通貨毎に単一の評価カーブしか設定できないシステムは使用不能

外貨調達・運用に関わる複合商品の評価の限界

デリバティブポートフォリオは黒字でも、担保差入、資金繰りでは赤字の可能性

これらが解決できたとしても

2008年以降の金融市場の変質

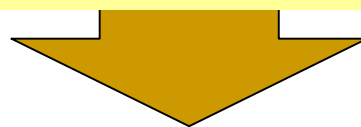


エキゾチックオプション等を評価する金利期間構造モデルのプライシングへの疑義

取引条件例

利率	:	当初1年間	<u>8.00%</u> (30/360、期日調整無し)
		2年目以降	<u>25.00% × (FX/基準為替) - 20.00%</u> (30/360、期日調整無し) (但し、利率は0%を下回りません。)
			FX: 各利払日の11営業日前(予定)の東京時間午後3時に Reuters JPNU に発表される JPY/USD のビッド・レート(後決め) 基準為替: <u>116.40 (SPOT)</u>
トリガー償還条項	:	20XX年12月以降の各利払日(但し、償還日を除く)の5営業日前の東京時間午後3時に Reuters JPNU に発表される JPY/USD のビッド・レート(後決め)が、下記トリガー為替レート以上の円安/ドル高の場合、本債券は当該利払日に発行額にて期限前償還される。	
トリガー為替レート	:	<u>115.00 (SPOT 為替 -1.40円) から毎年0.50円ずつステップダウン</u>	

複数の通貨(ないしその金利)が関与するキャッシュフローは？



2008年以降の金融市場の変質

取引は将来に渡り続いていく

ネット・ポジションに対するリスク計測ならびにヘッジ取引の有効性への疑義

ポートフォリオ管理コストに対し担保の違いがもたらす不利な影響

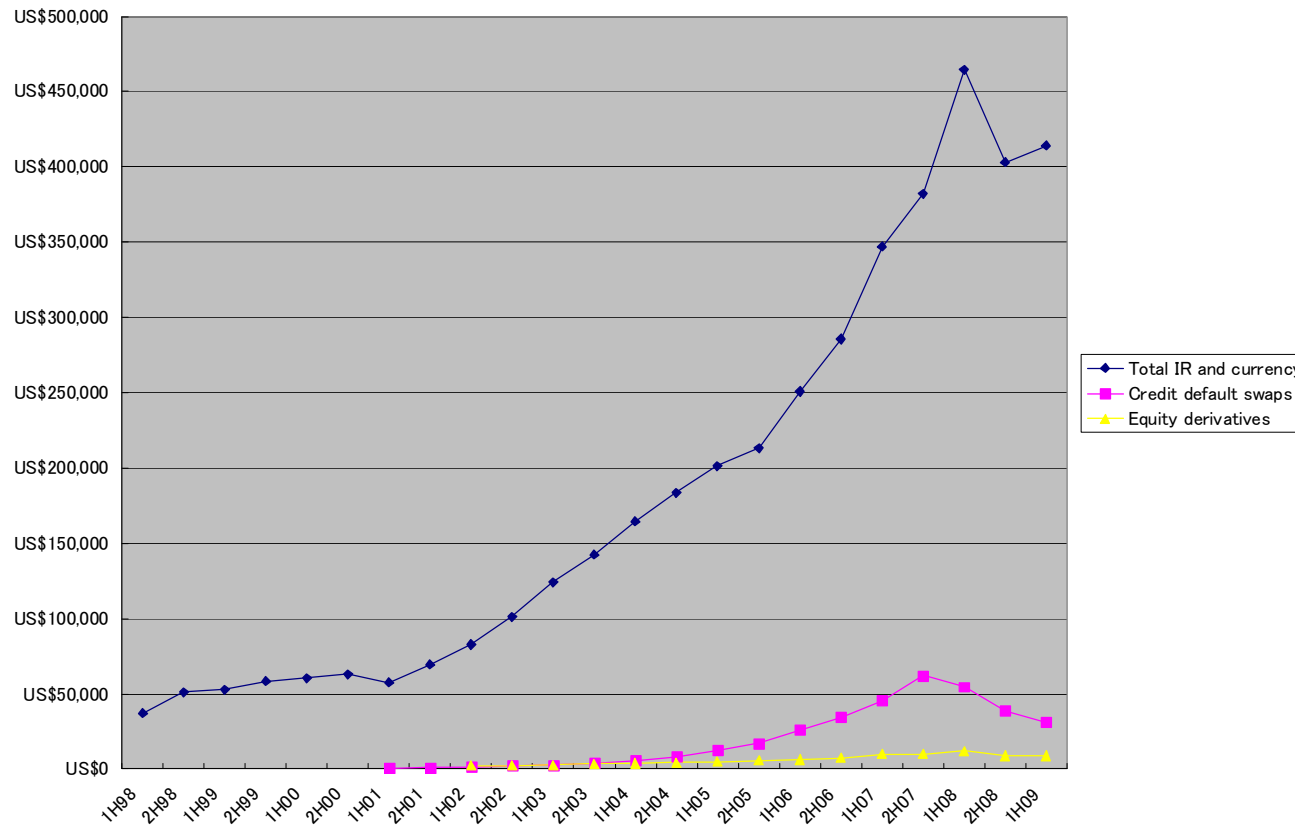
対症的アプローチの限界

適正なプライシング・ポートフォリオのリスク分析・ヘッジ運営のため、“通貨、ベシス・スプレッド、担保”を考慮した金利期間構造モデルによる新しいフレームワークが求められている。

デリバティブ市場の推移

拡大一方で400兆ドルもの金額に膨張したデリバティブ市場であるが、近年、成長減速が見られる。金融機関の信用力低下等による各種ベース・スプレッドの拡大、担保付取引の普及など市場の変化も顕在化しつつある。

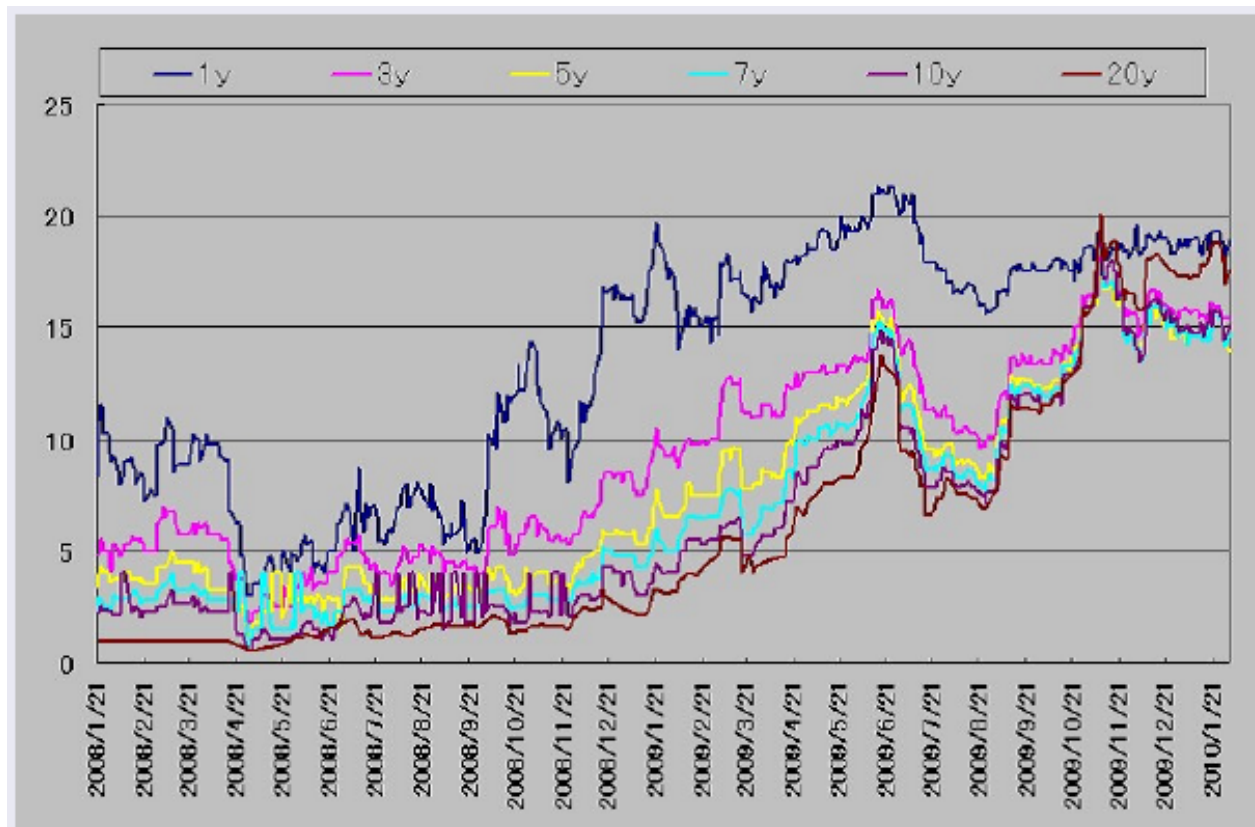
想定元本の残高推移、半期データ、全調査取引、1998-2009 10億ドル、ダブルカウント調整済み (出所：ISDA)



テナースワップのベース・スプレッドの拡大

6ヶ月物Liborとそれより短いレファレンス期間のLibor(ex. 1ヶ月物Libor, 3ヶ月物 Libor)の спреッドが拡大している。銀行の信用リスクがプライスに反映され始めている。

JPY 3M/6M テナースワップの спреッド推移 (bps)

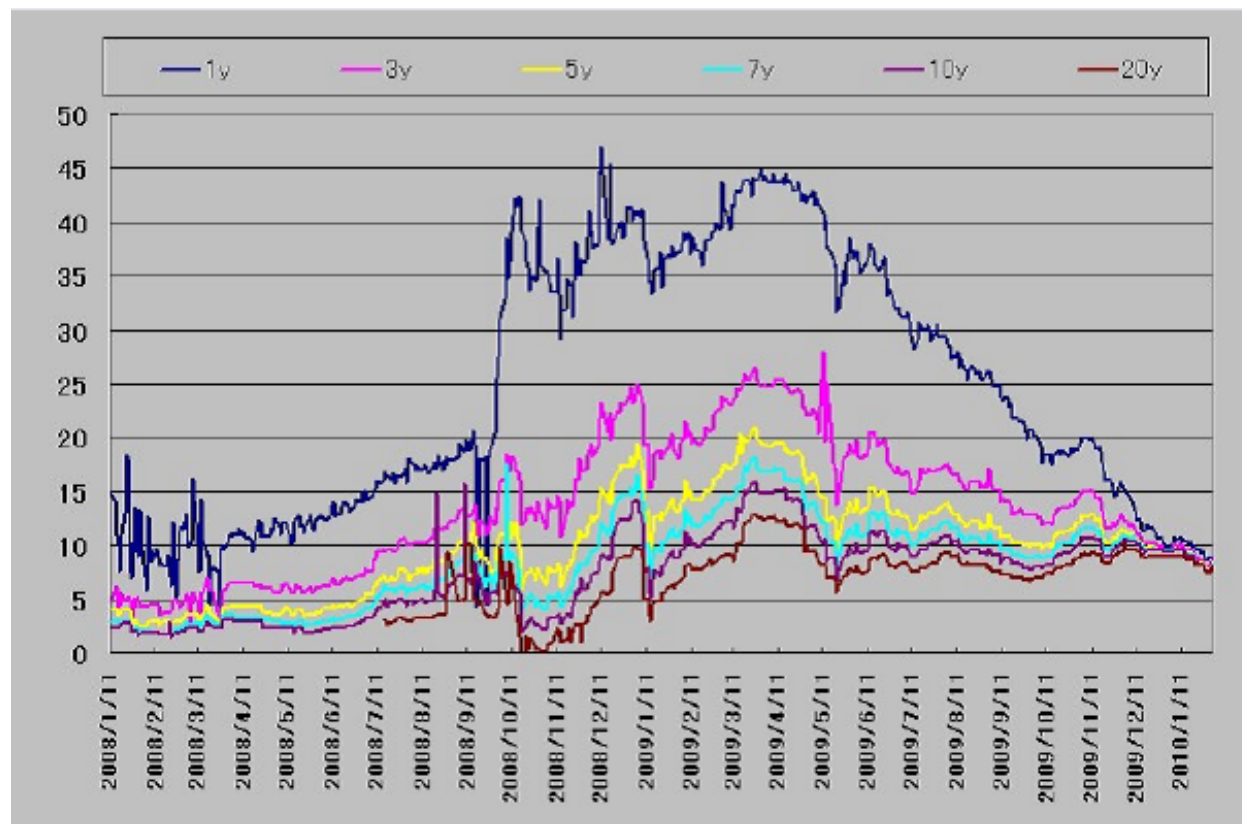


(Data Source: Bloomberg)

テナースワップのベース・スプレッドの拡大

6ヶ月物Liborとそれより短いレファレンス期間のLibor(ex. 1ヶ月物Libor, 3ヶ月物Libor)のスプレッドが拡大している。銀行の信用リスクがプライスに反映され始めている。

USD 3M/6M テナースワップのスプレッド推移 (bps)

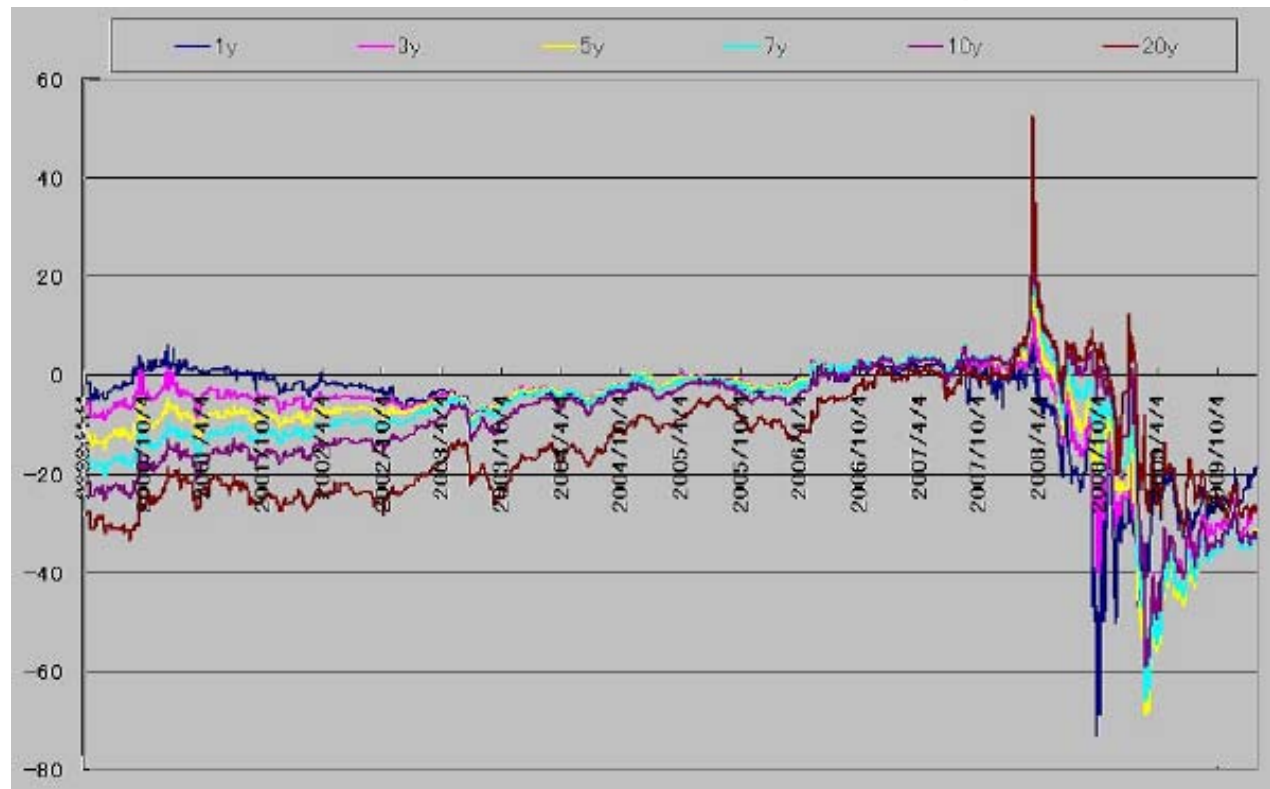


(Data Source: Bloomberg)

カレンシースワップの спреッドの拡大

カレンシースワップの спреッドは、従来より認識されている。需給の動きを中心に変動しているが、2008年以降金融危機等により、これまでにないspreッドの拡大や変動率の上昇が見られる。

USDJPYカレンシースワップのspreッド推移 (bps)

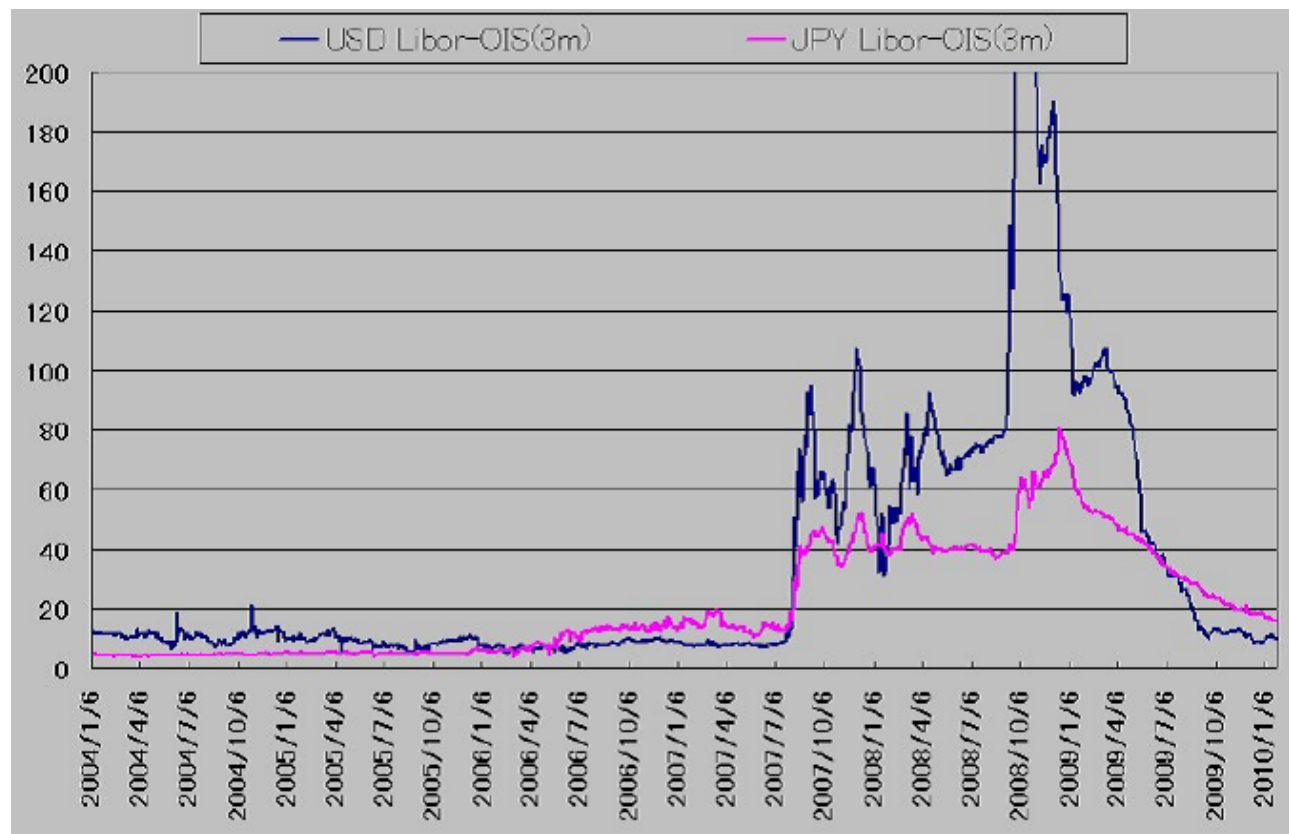


(Data Source: Bloomberg)

LiborとOISのスプレッドの拡大

LiborスワップとOISのスプレッドが拡大している。2007年から2009年にかけて、これまでにないスプレッドの拡大や変動率の上昇が見られている。

Libor-OISスプレッド推移 (bps)



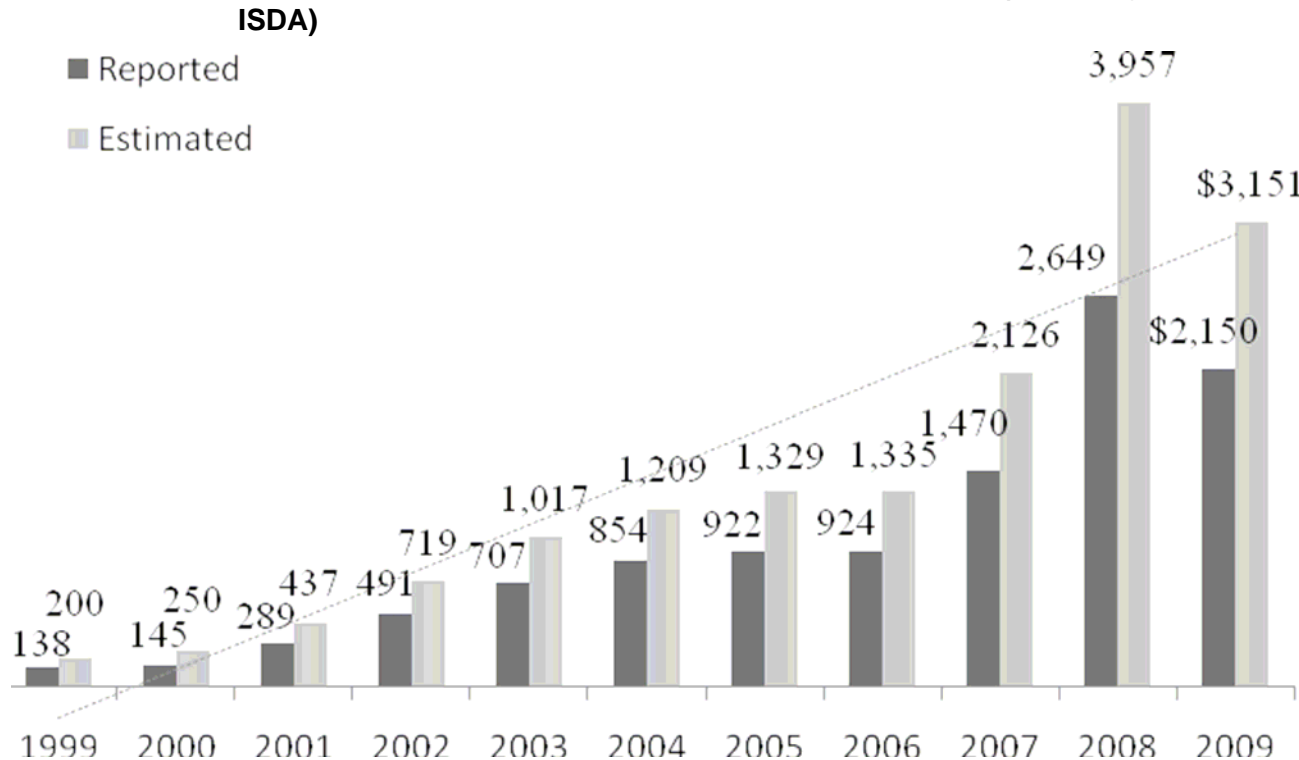
(Data Source: Bloomberg)

デリバティブ取引における担保付取引の拡大

2010年ISDA(国際スワップ・デリバティブ協会)マージン調査によれば担保付取引は引き続き増加傾向で店頭デリバティブ取引の70%を占めるに至る。また推定預入担保額は世界合計で前年度の4兆ドルから減少したものの3.2兆ドルの高水準。担保付取引により、低利のファイナンスが実現するため、Liborカーブによる評価に見直しが必要になる。その影響が20bpsだとしても世界合計で64億ドル相当。

ISDAへの報告済ならびにISDA推定担保額の推移, 1999 - 2010 (10億ドル)

(出所 :



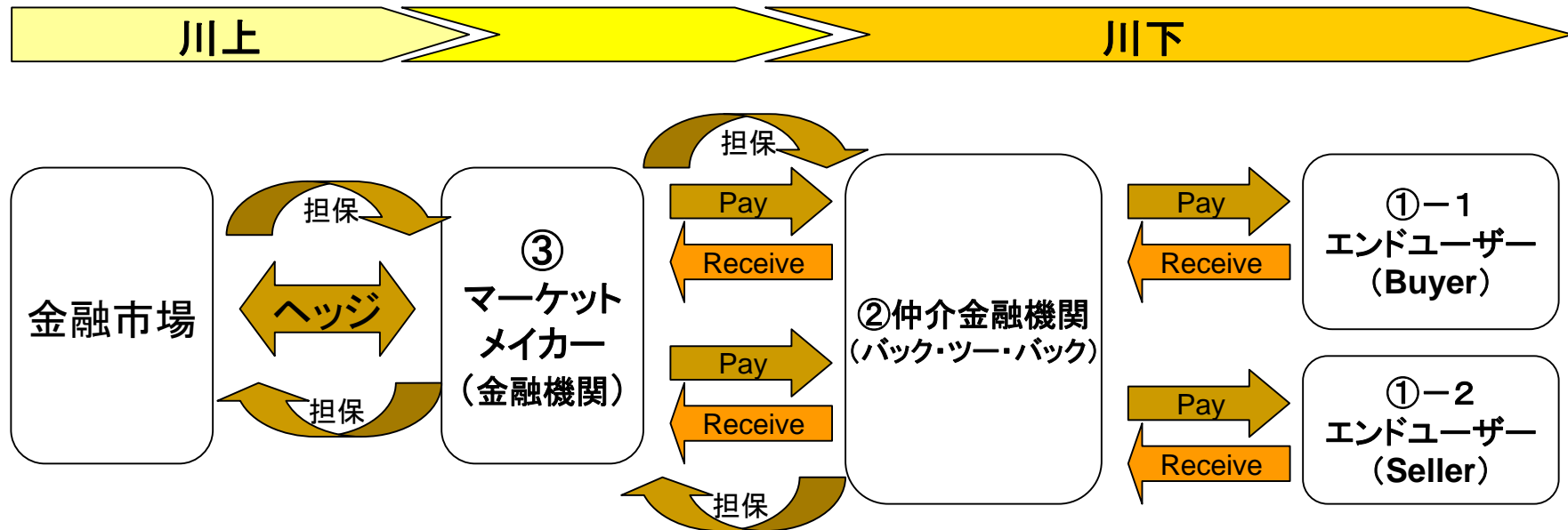
-
1. はじめに
 2. 金融市場の変質
 3. **デリバティブ市場のプレイヤー**
 4. 新しいモデルとフレームワーク
 5. 今後の課題

デリバティブ市場のプレイヤー

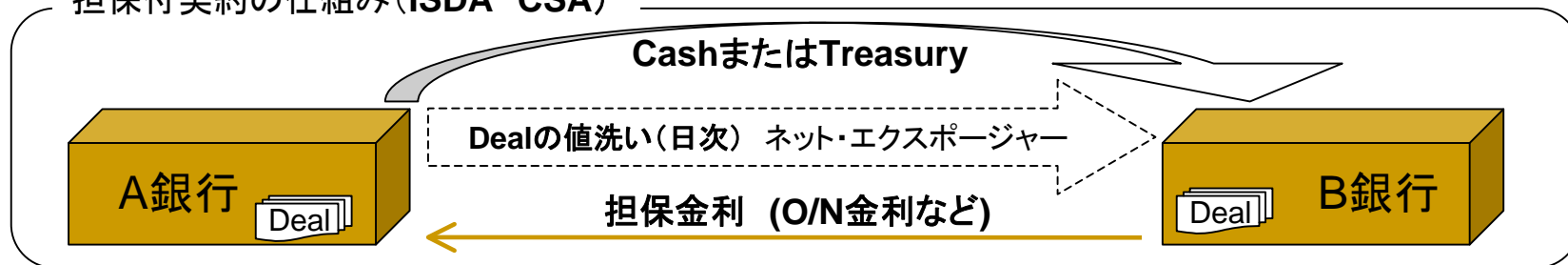
担保の差入形態により、デリバティブ市場のプレイヤーを3種類に分類する。

プレイヤー	定義	例
①エンドユーザー	担保付取引をしない主体	事業法人、中小地域金融機関、学校法人、仕組債の発行体
②仲介金融機関	片サイドだけバイラテラルまたはユニラテラルに担保を差し入れる主体	地銀、メガバンク、ファンド
③マーケットメイカー	両サイドとも担保付取引をする主体 <u>本件ケーススタディでは適正なモデルの未導入先を想定</u>	外資系証券、外資系銀行、デリバティブハウス

デリバティブ市場のプレイヤー



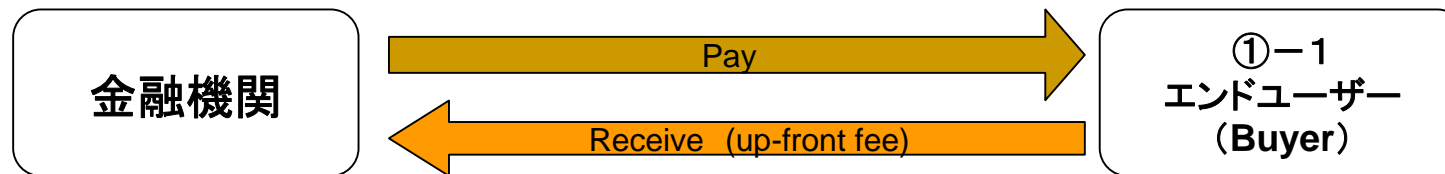
担保付契約の仕組み (ISDA CSA)



ケーススタディ (①-1 エンドユーザー — Buyer)

Buyerエンドユーザーはデリバティブの買い手。取引相手である金融機関から信用補完のための担保を受け取らない。カウンターパーティーリスクがあるので真の価値についてはCVA (信用評価調整)が必要となる。

金融機関側もSwaption等の行使後Physical Settlementとなる場合は、カウンターパーティーリスクが発生するので、CVAが必要となる。



CVA (信用評価調整)とは

信用評価調整(Credit Value Adjustment、略してCVA)はリスク・フリー・ポートフォリオとカウンターパーティーのデフォルト・リスクを考慮した現実のポートフォリオの価値の差額、いわゆるデリバティブ取引に内在するクレジット・リスク・プレミアムである。米国会計基準ではデリバティブ取引の市場価値をカウンターパーティーの信用リスクを考慮して調整することができるようになった。①カウンターパーティーの信用力低下はCVAの増加をもたらす。また②デリバティブ取引の正のエクスポージャーの増加はCVAの増加をもたらす。

[単純化した例]当初:OTCオプションのNPV=3%、カウンターパーティーの推定デフォルト率=1%

⇒ CVA=0.03%、Fair Value=2.97%

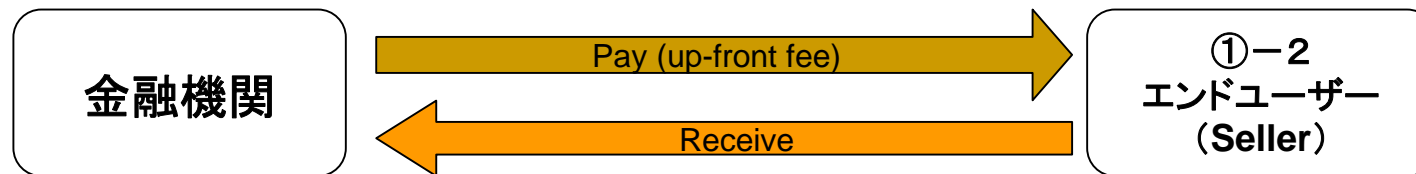
①推定デフォルト率=10% ⇒ CVA=0.30%、Fair Value=2.70%

②NPV=6% ⇒ CVA=0.06%、Fair Value=5.94%

ケーススタディ (①-2 エンドユーザー — Seller)

Sellerエンドユーザーはデリバティブの売り手。相手先金融機関に対し信用補完のための担保を差し入れない。

金融機関からみた場合、カウンターパーティーリスクがあるのでCVA(信用評価調整)などが必要。Physical Settlementとなる場合についてはエンドユーザー側も同様。



CVA (信用評価調整)の事例

シティコープの事例 (出所:シティコープ、2010年1月19日付決算リリースより抜粋)

— 証券及び銀行業務 収益項目の概要

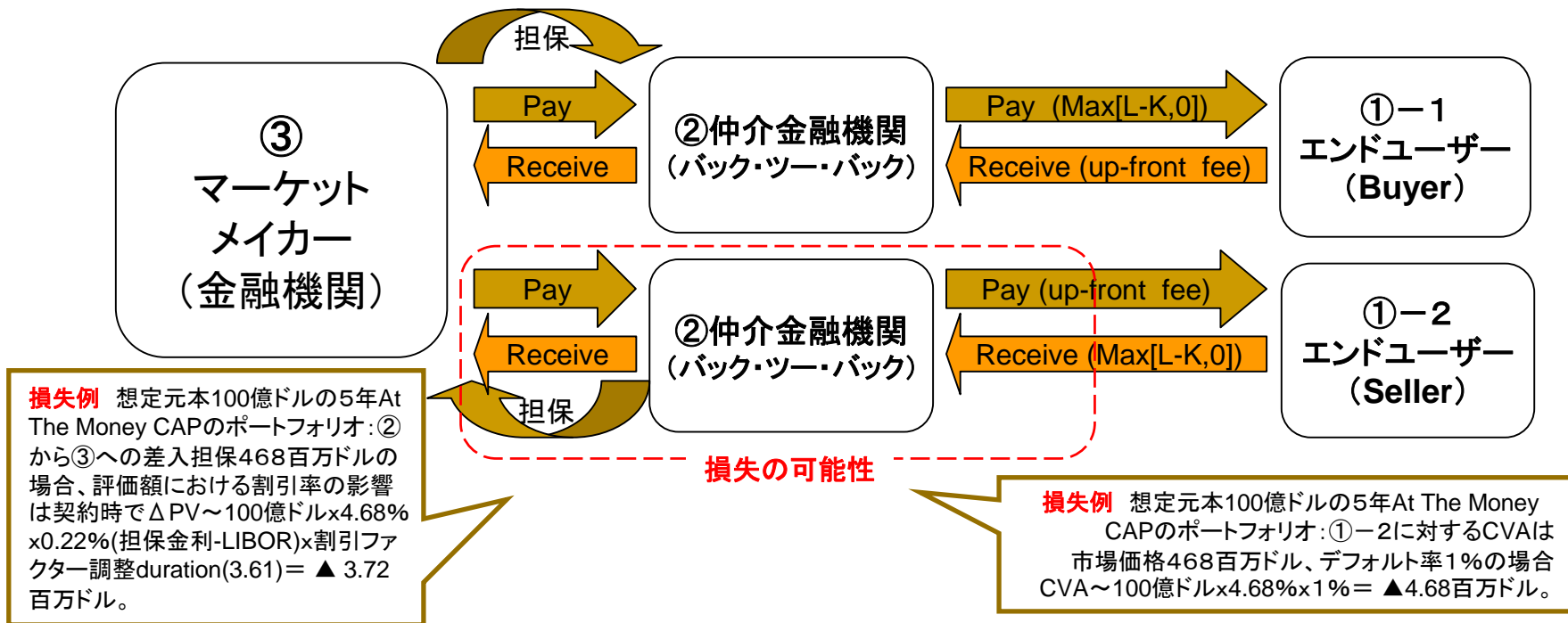
(単位:百万ドル)	2008 年度	2009 年度
Alt-A モーゲージ証券の時価評価(1)	(737)	321
CRE の時価評価	270	68
公正価値オプションによるシティの負債のCVA(2)	4,325	(3,974)
デリバティブCVA(3)	(3,292)	2,204
PE 及びエクイティ投資	(377)	201
収益項目合計	90	(1,179)

(1)ヘッジは控除されています。(2) 2009 年第4 四半期は、前期までの訂正を反映し、CVA の残高に対し840 百万ドルの調整が行われています。(3)プライベートバンクを含みます。

ケーススタディ(②仲介金融機関ーバイラテラル)

BuyerエンドユーザーにLibor割引で売ったデリバティブを、マーケットメイカーからLibor割引のまま買う一方、担保受領により利益が発生する可能性がある。エンドユーザーとのPhysical Settlement後CVAが考慮されるケースもある。

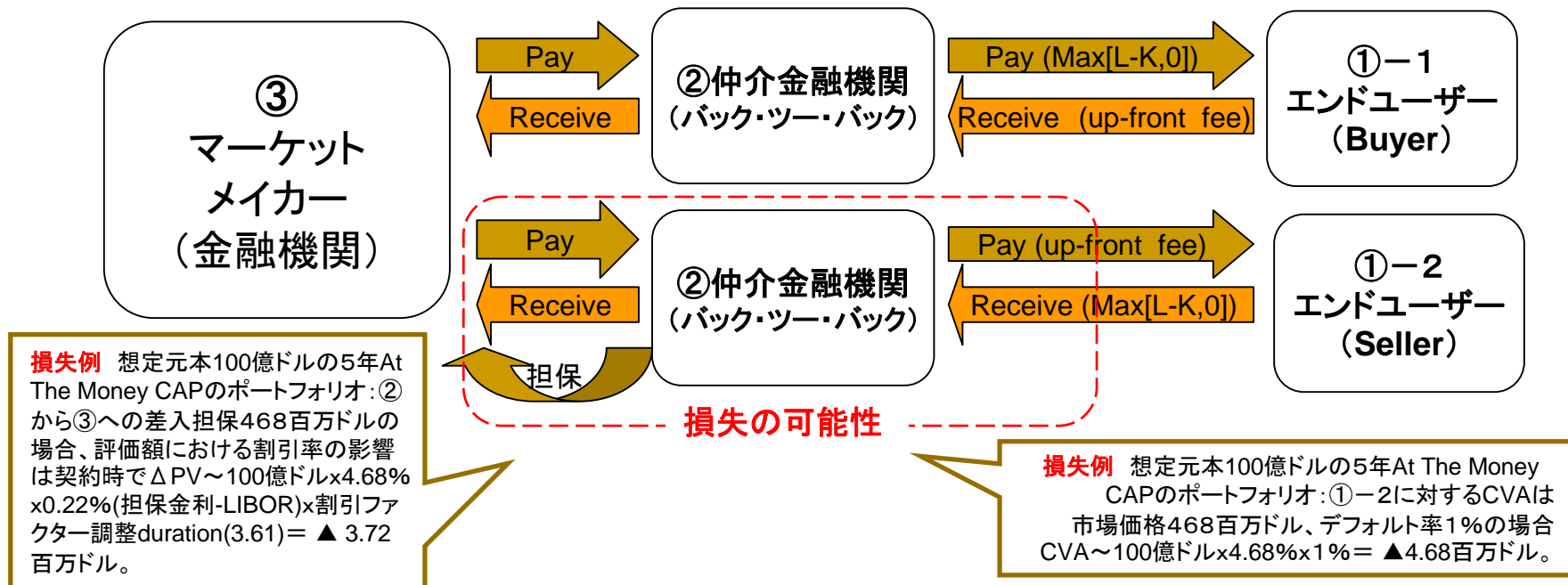
SellerエンドユーザーからLibor割引で購入したデリバティブを、マーケットマイカーにLibor割引のまま売り、担保差入もするケースでは、エンドユーザーがSellerの場合のCVAを考慮しておらず、かつマーケットメイカー側での割引率も高すぎるので、ポートフォリオを過大評価している可能性がある。(損失の可能性)



ケーススタディ(②仲介金融機関ーユニラテラル)

BuyerエンドユーザーにLibor割引で売ったデリバティブを、マーケットマイカーからLibor割引のまま買う。担保受領がないので資金利益が発生しない。前述同様、エンドユーザーとのPhysical Settlementを考慮しCVAが必要となる。

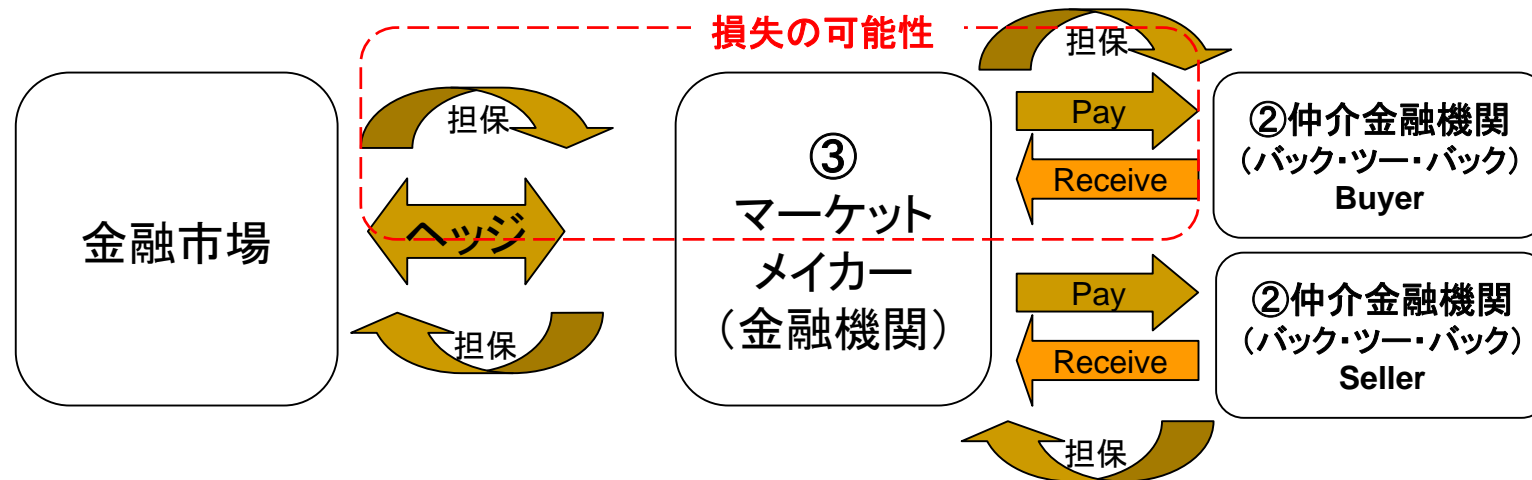
SellerエンドユーザーからLibor割引で買って来たデリバティブを、マーケットマイカーにLibor割引のまま売る一方、担保供出するケースでは、エンドユーザーがSellerの場合のCVAを考慮しておらず、かつマーケットメイカーでの割引率が高すぎるので、ポートフォリオを過大評価している可能性がある。(損失の可能性)



ケーススタディ (③マーケットメイカー)

マーケットメイカーは仲介金融機関とのLibor割引での取引価格に対して、市場でヘッジを行う。両サイドとも担保付であるため、担保においてはニュートラルになりえる。ヘッジ側で適正価格が実現した場合、仲介金融機関側でのLibor割引での価格との差を享受したり(Buyerの場合)、逆のケース(Sellerの場合)では喪失したりする。

損失例 前例の想定元本100億ドルの5年At The Money CAPのポートフォリオにおいて仮に、金融市場でReplicateした一連のヘッジコスト(担保取引を含めて)が適正な理論値どおりに実現すると、仲介金融機関から受け取ったオプション料4.68%に対し0.037%[$=4.68\% \times 0.22\%$ (LIBOR-担保金利 spread)*3.61(割引ファクター調整デューレーション)]の追加コストがかかる。その結果ヘッジコストが4.717%と過大となり、差額▲3.72百万ドルが損失として顕在化する。



ALM関連取引

銀行がALMのため金利リスク、クレジットリスクを担保付きの金利スワップやCDSでカバーしている場合も、Mis-Valuationの影響が大きい可能性がある。

-
1. はじめに
 2. 金融市場の変質
 3. デリバティブ市場のプレイヤー
 4. **新しいモデルとフレームワーク**
 5. 今後の課題

次世代「金利期間構造モデル」

長期間の将来に渡る複数の通貨が関与するペイオフを統合されたリスクフレームワークで評価するには以下の要件を満たす次世代の「金利期間構造モデル」が不可欠となる。

- 1 複数の通貨にまたがる派生商品(群)、それらに対するヘッジ取引を同一のリスクニュートラルなフレームワークにおいてシームレスに評価するモデル
- 2 Tenor Swap、CCSなどの各種Basis市場に対応
- 3 ISDA CSA契約の普及に伴う担保付取引への対応
- 4 ポートフォリオが記帳される勘定の基準通貨への対応

デリバティブ取引の種類

金利・為替系	→ I/Swap, C/Swap, Cap/Floor, Multi Callable, CMS Floater, TARN, PRDC
株	→ Equity Linked Swap, Knock In Forward
商品	→ Commodity Linked Swap, Average Option
クレジット	→ CDS, CDO, Nth Default Option

複数国の通貨(ないしその金利)が関与するキャッシュフロー例。

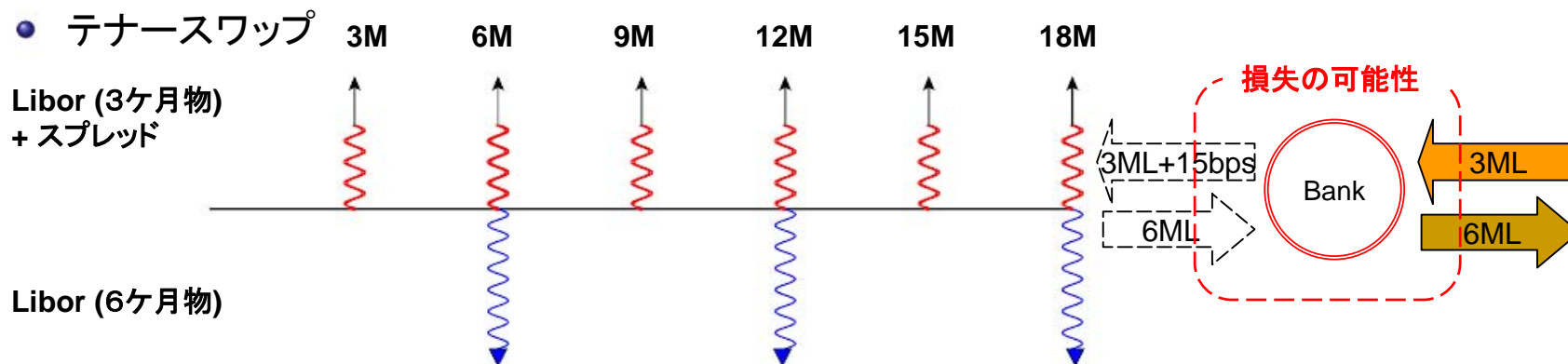
PRDC(Powered Reverse Dual Multi-Callable)のクーポン、償還フォーミュラ

利率	:	当初1年間	<u>8.00%</u> (30/360、期日調整無し)
		2年目以降	<u>25.00% × (FX/基準為替) - 20.00%</u> (30/360、期日調整無し)
			(但し、利率は0%を下回りません。)
			FX:各利払日の11営業日前(予定)の東京時間午後3時に Reuters JPNU に発表される JPY/USD のビッド・レート(後決め)
			基準為替: 116.40 (SPOT)
トリガー償還条項	:	20XX年12月以降の各利払日(但し、償還日を除く)の5営業日前の東京時間午後3時に Reuters JPNU に発表される JPY/USD のビッド・レート(後決め)が、下記トリガー為替レート以上の円安/ドル高の場合、本債券は当該利払日に発行額にて期限前償還される。	
トリガー為替レート	:	<u>115.00 (SPOT 為替 -1.40円) から毎年0.50円ずつステップダウン</u>	

⇒ テナースワップ、カレンシースワップ、担保がすべて影響する取引例。

テナースワップ

6ヶ月より短いレファレンス期間のLibor(ex. 1ヶ月物Libor, 3ヶ月物 Libor)を使用する場合、プライスを過大に評価してしまう可能性がある。



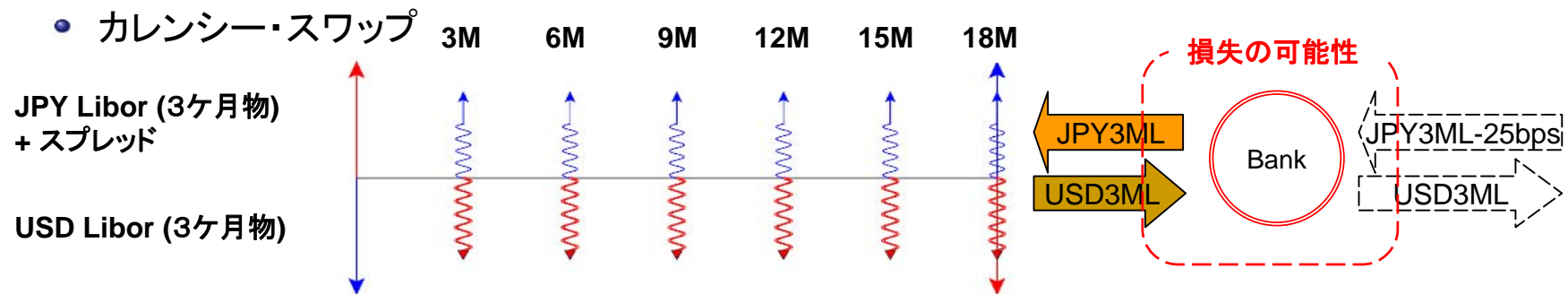
- ・テキストブック的な導入⇒**ゼロ・スプレッド** (←詳しくは資料編:3ページ「金利の基礎」を参照)
- ・マーケット:2007年以降スプレッドはかなり大きく、また水準も変化している。

計算事例

想定元本1兆円、平均3年のテナースワップのポートフォリオの評価において、このスプレッド(ex.15bps)を考慮していなかった場合の影響(ex.3ヶ月物Liborのreceiverの損失)は
 $\Delta PV \sim \text{割引ファクター} \times 1 \text{兆円} \times 3 \text{年} \times 0.15\% = \blacktriangle 44.6 \text{億円}$

カレンシースワップ

カレンシースワップのベース・スプレッドの存在は、取引が記帳される勘定の基準通貨によりプライスが有意に異なる可能性を示唆している。また複数国の通貨(ないしその金利)が関与するキャッシュフローを評価する場合、ベース・スプレッドの考慮の有無が価格に影響を与える。



- テキストブック的な導入⇒**ゼロ・スプレッド** (←詳しくは資料編:3ページ「金利の基礎」を参照)
- マーケット: 以前よりスプレッドはかなり大きく、また水準も変化していた。
リーマンショック以降はさらに大きくかつ急激な変化。

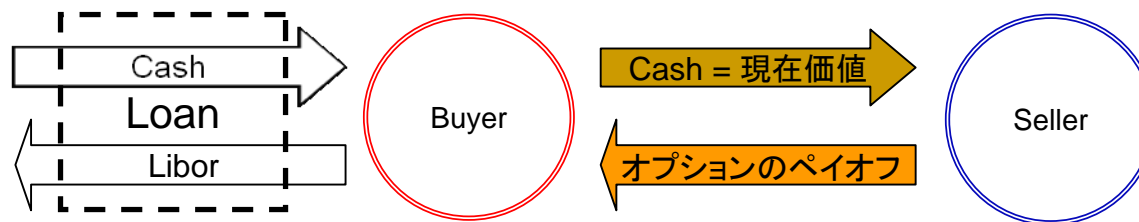
計算事例

想定元本1兆円、平均3年のカレンシースワップのポートフォリオの評価において、このスプレッド(ex.25bps)を考慮していなかった場合の影響(ex.USD Liborのreceiverの損失)は現在価値で $\Delta PV \sim \text{割引ファクター} \times 1 \text{兆円} \times 3 \text{年} \times 0.25\% = \blacktriangle 74.5 \text{億円}$ 。
さらに不利な通貨で担保が差し入れられる場合、NPV \times 年数 \times 金利差分の追加の影響も。

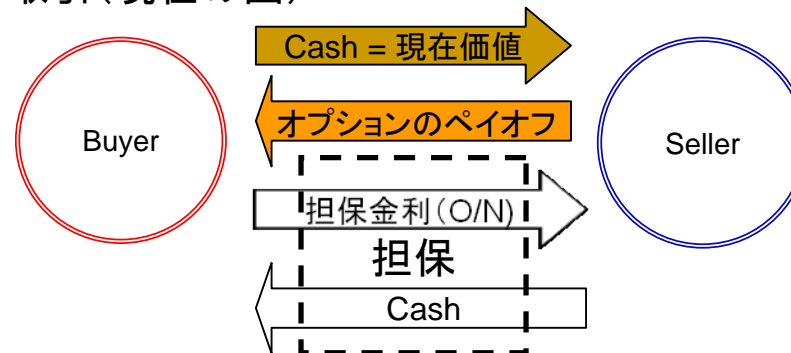
担保付デリバティブ取引

担保付取引により、低利のファイナンスが実現するため、Liborカーブによる評価自体に根本的な見直しが必要になる。

- ファンディングと無担保デリバティブ取引(旧来の図)



- 担保付デリバティブ取引(現在の図)



計算事例

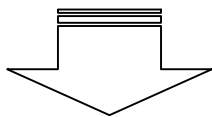
想定元本100億ドルの5年At The Money CAPのポートフォリオの評価における割引率の影響は契約時の現在価値ベースで $\Delta PV \sim 100 \text{億ドル} \times 4.68\% \times 0.22\% (\text{担保金利} - \text{LIBOR}) \times \text{割引ファクター} \times \text{調整duration}(3.61) = \blacktriangle 3.72 \text{百万ドル} (\text{担保差入れ側})$

-
1. はじめに
 2. 金融市場の変質
 3. デリバティブ市場のプレイヤー
 4. 新しいモデルとフレームワーク
 5. 今後の課題

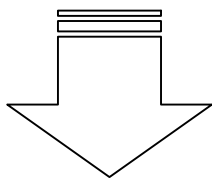
リスク・収益管理と国際競争

不完全な期間構造モデルによる不完全な収益・リスク管理

一部のプレイヤーによるプライシング、担保の使い分けによるアービトラージ



適正な期間構造モデルの導入



Overnight Index Swapの普及
担保契約の有無や担保の種類によるPrice Variation
ブックのベース通貨の違いによるPrice Variation
デリバティブ取引管理システムの高度化

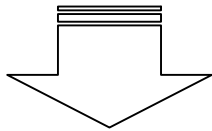
ポートフォリオの状況によっては再評価による負の影響－損失発生

邦銀のデリバティブ市場における国際競争力への影響

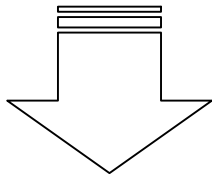
公正価値の概念

不完全な期間構造モデルによる不正確な公正価値

一部のプレイヤーによる公正価値の使い分け



適正な期間構造モデルの導入



CSA、取引所取引での値洗い基準

Disclosure(会計、対顧客)用の公正価値基準

第三者評価によるチェックの重要性

資料お取り扱い上のご注意

- 本資料を作成するに当たっては正確性を期すために慎重に行っておりますが、完全性を保証するものではありません。本資料中の情報によって生じた障害や損害については、著者は一切責任を負いません。
- 本資料中の市場環境ならびに将来予測は、本資料作成時点で入手可能な情報に基づき著者が判断したものであり、潜在的なリスクや不確実性が含まれています。そのため、環境の変化等の様々な要因により、実際の市場は言及または記述されている将来見通しとは大きく異なる結果となることをご承知おきください。

付録 「資料編」

2010年5月19日

金融市場の変質とデリバティブ評価の問題点
“通貨、ベーススプレッド、担保を考慮した金利の期間構造モデルの提案”

目次

用語の説明

金利の基礎

金利の期間構造モデルとは

参照論文

担保付デリバティブ価格式(1) - 担保付デリバティブ価格式(ヨーロッパ型オプション)

担保付デリバティブ価格式(2) - 担保付金利スワップ、テナースワップの価格式

担保付デリバティブ価格式(3) - 他通貨環境でのモデル式群

新しいフレームでのイールドカーブ - JPY

新しいフレームでのイールドカーブ - USD

新しいフレームでのイールドカーブ - EUR

新しいフレームでのイールドカーブ - $y(i,j)$

用語の説明

- At The Money — オプション取引の行使価格(金利)が市場水準(近辺)であることを意味する。そうでないものはIn the MoneyまたはOut of The Moneyという。
- CAP — LIBORなどの変動金利(L)が、特定の行使価格(K)を超過する場合、その差額($\text{MAX}[L-K, 0]$)を受け渡しする取引。
- CSA — Credit Support Annexの略。ISDAマスター契約に付随する補完担保契約。
- BP(S) — Basis Point(s)の略で、1 Basis Pointとは0.01%のことである。
- OIS — Overnight Index Swapの略で、O/N金利と固定金利を交換するSwap取引。
- Physical Settlement — Swaptionなどの先スタート契約のオプションで、オプション権の行使により実際にデリバティブ取引が始まるタイプ。現金決済のタイプはCash Settlementという。

金利の基礎

金利キャッシュフロー表	時点 T_0	時点 T_{i-1}	時点 T_i
満期 T_{i-1} のゼロ・クーポン債を1単位購入：価格 $P(T_0, T_{i-1})$	$-P(T_0, T_{i-1})$	1	
満期 T_i のゼロ・クーポン債を1単位売却：価格 $P(T_0, T_i)$	$P(T_0, T_i)$		-1
時点 T_{i-1} より T_i までの資金運用1単位：金利 $L(T_{i-1}, T_i)$		-1	$1 + L(T_{i-1}, T_i) * \tau_i$
総計	$P(T_0, T_i) - P(T_0, T_{i-1})$	0	$L(T_{i-1}, T_i) * \tau_i$

$$(\tau_i := T_i - T_{i-1})$$

・時点 T_i において発生する資金 $L(T_{i-1}, T_i) * \tau_i$ の現在価値： $P(T_0, T_i) - P(T_0, T_{i-1})$

・3ヶ月Liborと6ヶ月LiborのSpreadはゼロ：

$$\text{3ヶ月Libor (2回)} \quad PV[L(T_{i-1}, T_i) * 0.25] + PV[L(T_i, T_{i+1}) * 0.25] = P(T_0, T_{i-1}) - P(T_0, T_i) + P(T_0, T_i) - P(T_0, T_{i+1}) = P(T_0, T_{i-1}) - P(T_0, T_{i+1})$$

$$\text{6ヶ月Libor} \quad PV[L(T_{i-1}, T_{i+1}) * 0.5] = P(T_0, T_{i-1}) - P(T_0, T_{i+1})$$

・Currency SwapのSpreadはゼロ：

$$\text{円Liborサイド} \quad \text{当初元本} + \text{金利支払い} + \text{最終元本 支払い} = P_{JPY}(T_0, T_0) - [P_{JPY}(T_0, T_0) - P_{JPY}(T_0, T_N)] - P_{JPY}(T_0, T_N) = 0$$

$$\text{ドルLiborサイド} \quad \text{当初元本} + \text{金利支払い} + \text{最終元本 支払い} = P_{USD}(T_0, T_0) - [P_{USD}(T_0, T_0) - P_{USD}(T_0, T_N)] - P_{USD}(T_0, T_N) = 0$$

金利の期間構造モデルとは

- ・通常の金利派生商品はペイオフに複数の指標金利が関与し、それらを同時に評価しなければならないこと、また将来のペイオフを現在価値に割り引いていくのに金利の期間構造が必要となる。
- ・代表的なものに2種類の金利差を原資産とするイールドカーブ・オプションや中途解約権が利払い毎に発生するバミューダ・スワップションなどがある。
- ・金利期間構造モデルには大きくスポットレートモデルとフォワードレートモデルがある。スポットレートモデルは、金利変動がその時点の金利変動のみに依存し、過去の経路変動の影響を受けないマルコフ性をもつが、HJMモデルのようなフォワードレートモデルは、過去の経路に依存し、異なる時点のフォワードレート同士の関連性があるため、通常、非マルコフモデルとなり膨大な計算量が必要となる。

(HJMモデルにおける確率微分方程式)

$$f(t, T, \omega) = f(0, T) + \sum_{i=1}^n \int_0^t \sigma_i^*(s, T, \omega) ds + \sum_{i=1}^n \int_0^t \sigma_i(s, T, \omega) ds \cdot dW_i^{\sim}(s)$$

$$\text{但し、} \sigma_i^*(s, T, \omega) = \sigma_i(s, T, \omega) ds \int_s^T \sigma_i(u, T, \omega) du, \quad 0 \leq t \leq T \leq \tau$$

$r(t, \omega)$: t 時点での瞬間金利

$$r(t, \omega) = f(0, t) + \sum_{i=1}^n \int_0^t \sigma_i^*(s, t, \omega) ds + \sum_{i=1}^n \int_0^t \sigma_i(s, t, \omega) ds \cdot dW_i^{\sim}(s)$$

参照論文

No	タイトル	著者	年月日等
1	A Note on Construction of Multiple Swap Curves with and without Collateral	Fujii Shimada Takahashi	March 2010, 金融研究研修センターDP2009-6 FSAリサーチ・レビュー第6号
2	A Survey on Modeling and Analysis of Basis Swap	Fujii Shimada Takahashi	December 2009, CARF Working Paper F-195 SSRN:1520619
3	A Market Model of Interest Rates with Dynamic Basis Spreads in the Presence of Collateral and multiple Currencies	Fujii Shimada Takahashi	December 2009, CARF Working Paper F-196 SSRN:1520618

Social Science Research Networkにおけるダウンロード実績500件以上
海外の研究者の論文に引用されている。(Mercurio 2010)

担保付デリバティブ価格式(1)

担保付デリバティブ価格式(ヨーロッパ型オプション)

どの通貨の資産を担保として差し入れるかにより、プライスが有意に異なるメカニズムも考慮しなければならない。

Proposition

T -maturing European option under the collateralization is given by

$$h^{(i)}(t) = E_t^{Q_i} \left[e^{-\int_t^T r^{(i)}(s) ds} \left(e^{\int_t^T y^{(j)}(s) ds} \right) h^{(i)}(T) \right]$$

where,

$$y^{(j)}(s) = r^{(j)}(s) - c^{(j)}(s)$$

- $h^{(i)}(T)$: option payoff at time T in currency i
- collateral is posted in currency j
- $c^{(j)}(s)$: instantaneous collateral rate of currency j at time s
- $r^{(j)}(s)$: instantaneous risk-free rate of currency j at time s
- Q_i : Money-Market measure of currency i

担保付デリバティブ価格式(2)

担保付金利スワップ、テナースワップの価格式

- Collateralized IRS $D(t, T) = E_t^Q \left[e^{-\int_t^T c(s) ds} \right]$
$$\text{IRS}_M(t) \sum_{m=1}^M \Delta_m D(t, T_m) = \sum_{m=1}^M \delta_m D(t, T_m) E_t^{\mathcal{T}_m^c} [L(T_{m-1}, T_m; \tau)]$$
- Collateralized TS²
$$\sum_{n=1}^N \delta_n D(t, T_n) \left(E_t^{\mathcal{T}_n^c} [L(T_{n-1}, T_n; \tau_S)] + TS_N(t) \right)$$
$$= \sum_{m=1}^M \delta_m D(t, T_m) E_t^{\mathcal{T}_m^c} [L(T_{m-1}, T_m; \tau_L)]$$

Market quotes of collateralized OIS, IRS, TS, and proper spline method allow us to determine

$$\{D(t, T)\}, \{E_t^{\mathcal{T}_m^c} [L(T_{m-1}, T_m, \tau)]\}$$

for all the relevant T , T_m and tenor τ of Libor.

²The impact from the possible compounding of the short-tenor Leg is negligible.

担保付デリバティブ価格式(3)

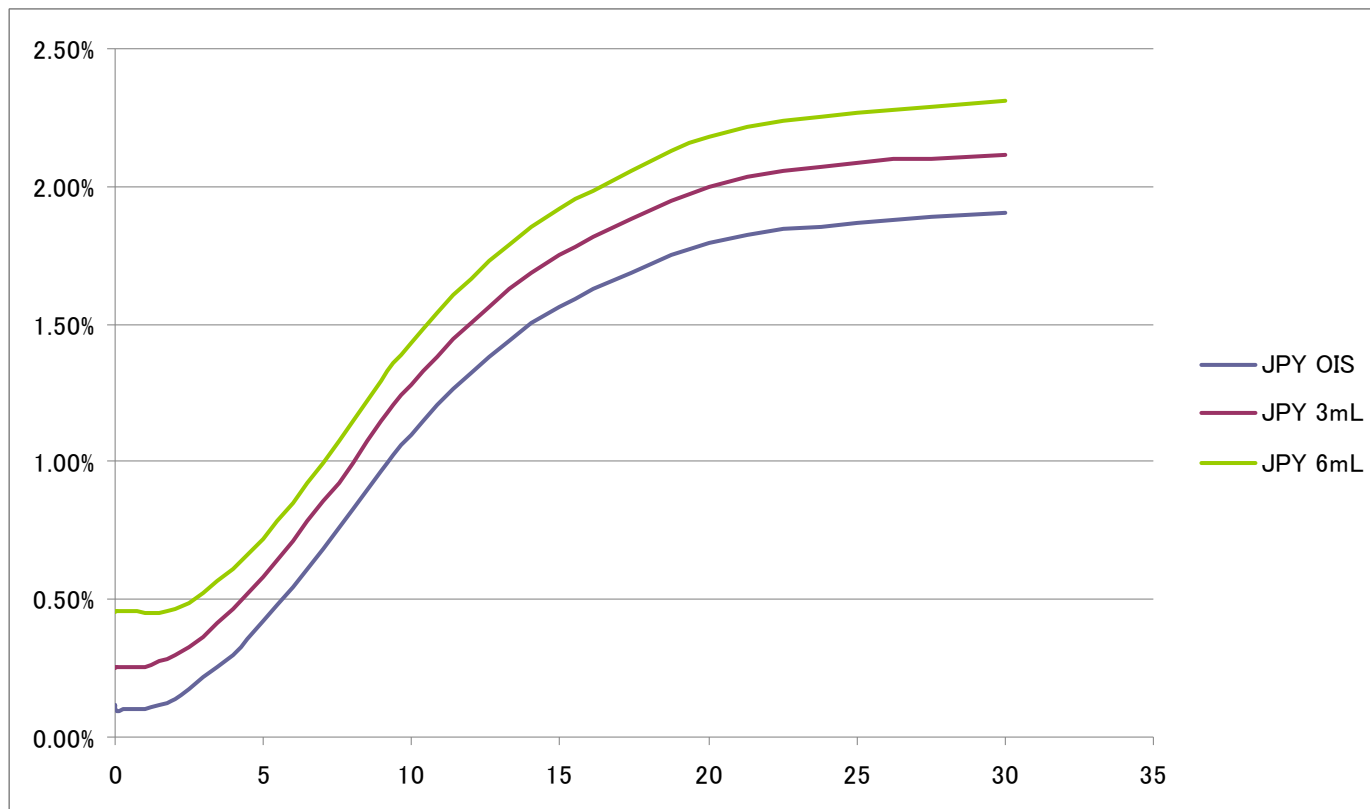
担保付取引により、低利のファイナンスが実現するため、Liborカーブによる評価自体に根本的な見直しが必要になる。 $c(i) \sim$ コラテラル金利、 $y(i,j) \sim$ 通貨*i*、通貨*j*間の無リスク金利とコラテラル金利のスプレッド差のダイナミクス

Set of SDEs in Multi-Currency Environment

$$\begin{aligned}\frac{df_x^{(i,j)}(t)}{f_x^{(i,j)}(t)} &= \left(c^{(i)}(t) - c^{(j)}(t) + y^{(i,j)}(s) \right) dt + \sigma_X^{(i,j)}(t) \cdot dW^{Q_i}(t) \\ dc^{(i)}(t, s) &= \sigma_c^{(i)}(t, s) \cdot \left(\int_t^s \sigma_c^{(i)}(t, u) du \right) dt + \sigma_c^{(i)}(t, s) \cdot dW^{Q_i}(t) \\ \frac{dB^{(i)}(t, T; \tau)}{B^{(i)}(t, T; \tau)} &= \sigma_B^{(i)}(t, T; \tau) \cdot \left(\int_t^T \sigma_c^{(i)}(t, s) ds \right) dt \\ &\quad + \sigma_B^{(i)}(t, T; \tau) \cdot dW^{Q_i}(t) \\ dc^{(j)}(t, s) &= \sigma_c^{(j)}(t, s) \cdot \left[\left(\int_t^s \sigma_c^{(j)}(t, u) du \right) - \sigma_X^{(i,j)}(t) \right] dt \\ &\quad + \sigma_c^{(j)}(t, s) \cdot dW^{Q_i}(t) \\ \frac{dB^{(j)}(t, T; \tau)}{B^{(j)}(t, T; \tau)} &= \sigma_B^{(j)}(t, T; \tau) \cdot \left[\left(\int_t^T \sigma_c^{(j)}(t, s) ds \right) - \sigma_X^{(i,j)}(t) \right] dt \\ &\quad + \sigma_B^{(j)}(t, T; \tau) \cdot dW^{Q_i}(t)\end{aligned}$$

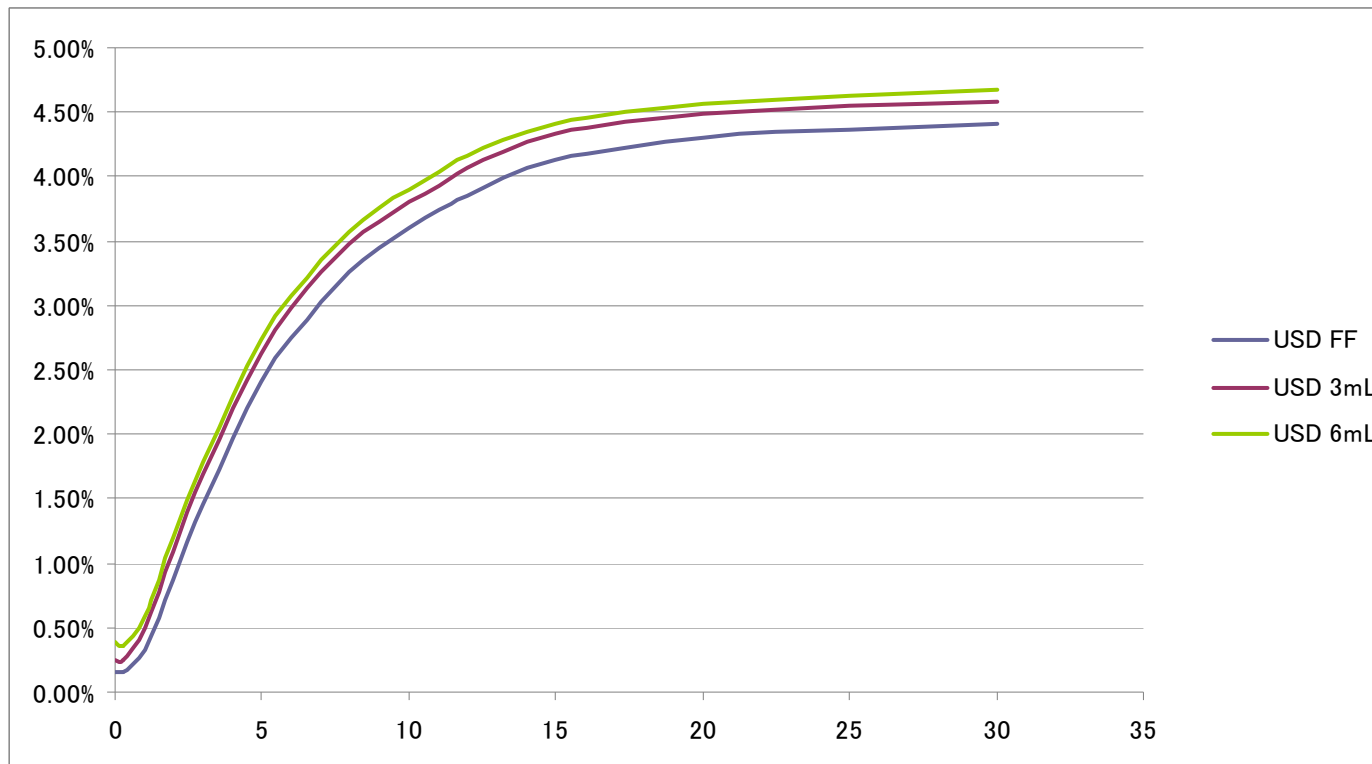
新しいフレームワークでのイールドカーブ (JPY)

円市場 (2010年2月5日) にカリブレートされたイールドカーブ群 (OIS、3ヶ月LIBOR、6ヶ月Libor)



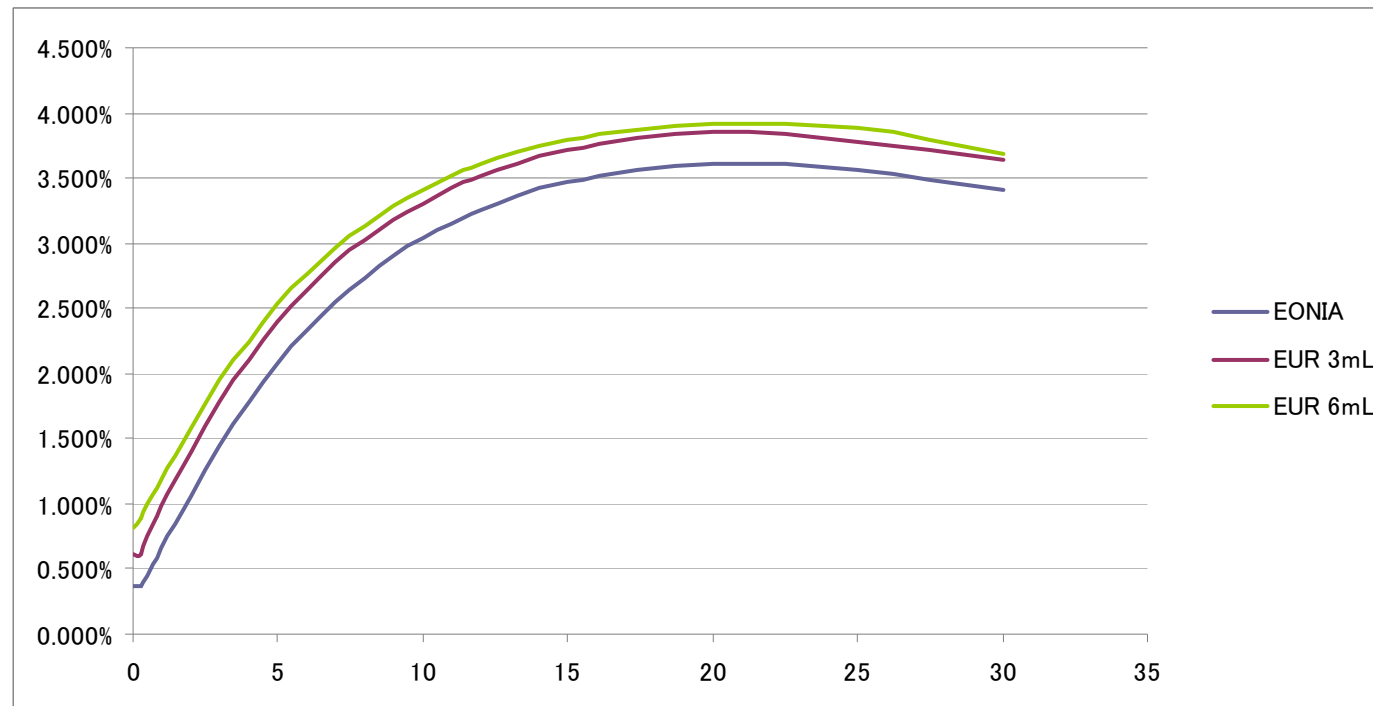
新しいフレームワークでのイールドカーブ (USD)

USD市場(2010年2月5日)にカリブレートされたイールドカーブ群 (FF、3ヶ月LIBOR、6ヶ月Libor)



新しいフレームワークでのイールドカーブ (EUR)

EUR市場(2010年2月5日)にカリブレートされたイールドカーブ群(EONIA、3ヶ月LIBOR、6ヶ月Libor)



新しいフレームワークでのイールドカーブ $y(i,j)$

通貨スワップ市場(2010年2月5日)にカリブレートされた通貨ペアに関するファクター
 $y(\text{USD},\text{JPY})$ 、 $y(\text{USD},\text{EUR})$ 。 $y(i,j)(t)=y(i)(t)-y(j)(t)$ 、 $y(i)(t)=r(i)(t)-c(i)(t)$

