### **Derivative Pricing under Collateralisation**

「担保、ベーシススプレッドを考慮した金利の期間構造モデルの提案」

2011年9月29日 科学研究費プロジェクト研究集会 「ファイナンス計量分析の新展開と日本の金融市場」

藤井優成・高橋明彦(東京大学大学院経済学研究科)

# 目次

- 1. はじめに
- 2. 金融市場の変質
- 3. 新しいモデルとフレームワーク
- 4. 今後の課題

### はじめに(1)

CARF プロジェクト: 金利デリバティブ市場の変質に対応したモデリング (・時期: 2009年5月より・メンバー: 藤井優成、高橋明彦)

■ 目的:デリバティブ商品の公正価値算定及び、 デリバティブ・ポートフォリオのリスク管理精度の向上

#### (背景)

- 90年代後半からリーマンショックを経て、取引相手、自社の信用力を補完せずには市場取引をできない傾向が強まり、担保付きのスワップ取引が増加、金融機関同士の取引はほぼ担保付きとなった。
- 一方、将来の期待キャッシュフローの割引現在価値の計算に依然LIBORを使用。
- → 高格付け銀行間の無担保オファーレートに相当するLiborは割引率として不適当。 スワップ取引が担保付きか否かにより、異なる割引率を用いる必要。
- さらに、近年、クロスカレンシースワップ(CCS)などの通貨が異なるキャッシュフローのスワップ取引のみならず、異なるテナー(3m⇔6mなど)のLiborを交換するテナースワップにおいてもスプレッドが明らかに存在し拡大基調。
- 信用リスクに対する不安が払しょくされなければ、担保付き取引はさらに拡大。
- → 従来の"LIBOR 割引"の計算方法では、取引の価値やそのヘッジコストの適切な評価が不可能。

### はじめに(2)

- 担保がない取引においては、クレジット・リスク・プレミアムを控除し、価値評価を適正化する必要。→ CVA(Credit Value Adjustment)
- さらに、信用リスクに対する規制の強化、または、中央清算機関への移行に 伴い、担保取引の標準化が進展すると予想される。
- 従来のLibor Market Model(LMM)などの実務で使用されている金利モデルは、このような新しい状況に対応しておらず、適切な価格評価、リスクエクスポージャー及びヘッジの計算が不可能。

### はじめに(3)

(研究成果と今後の展望)

- 以上の認識に基づき、異種通貨の担保付き取引にも対応した新しい「金利の期間構造モデル」を提示した。
- この結果、担保契約の詳細が派生商品価格に大きな影響を及ぼすことが明らかになった。さらに、担保運用管理技術が及ぼす影響、並びに担保と信用リスクの相互の影響も研究。
- 特に、資金調達コストと市場全体の信用リスクは相関をもつことが予想され、 担保として許容される資産と当該取引の詳細が重要になることが予想される。
- 2010年度のLCH.Clearnet groupのスワップ清算機関である Swapclearの価格評価方法の変更にも表れているように、市場のベンチマークは担保コストを取り入れた評価方法に移行しつつある。
- 中央清算機関の設立や、先進的な金融機関による担保管理並びに清算サービスの提供などの新しいビジネスモデルの出現もあり、今後とも付随する担保契約の詳細を精緻に評価する方法の重要性は大きい。

- 1. はじめに
- 2. 金融市場の変質
- 3. 新しいモデルとフレームワーク
- 4. 今後の課題

### 2008年以降の金融市場の変質

- テナースワップのスプレッドの拡大
- カレンシースワップのスプレッドの拡大
- LiborとOvernight Index Swap (OIS)のスプレッド拡大
- デリバティブ取引における担保付取引の拡大

従来のデリバティブ価格理論では織り込んでいない現象

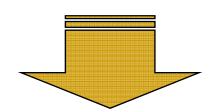
通貨毎に単一の評価カーブしか設定できないシステムは使用不能

外貨調達・運用に関わる複合商品の評価の限界

デリバティブポートフォリオは黒字でも、担保差入、資金繰りでは赤字の可能性

これらが解決できたとしても

### 2008年以降の金融市場の変質



#### エキゾチックオプション等を評価する金利期間構造モデルのプライシングへの疑義

PRDCの取引例

利率 : 当初1年間 8.00% (30/360、期日調整無し)

2年目以降 25.00%×(FX/基準為替)-20.00% (30/360、期日調整無し)

(但し、利率は0%を下回りません。)

FX:各利払日の11営業日前(予定)の東京時間午後3時に Reuters JPNU に発表される

JPY/USD のビッド・レート(後決め)

基準為替: 116. 40 (SPOT)

ドルデー償還条項 : 20XX年 12月以降の各利払日(但し、償還日を除く)の 5 営業日前の東京時間午後3時

に Reuters JPNU に発表される JPY/USD のビッド・レート (後決め)が、下記川が一為替レート

以上の円安/ドル高の場合、本債券は当該利払日に発行額にて期限前償還される。

トリカー為替レート: 115.00(SPOT **為替 -1.40円)から毎年0.50円ずつステップダウン** 

複数の通貨(ないしその金利)が関与するキャッシュフロー

⇒テナースワップ、カレンシースワップ、担保がすべて影響する取引例。

### 2008年以降の金融市場の変質



ポジションに対するリスク計測ならびにヘッジ取引の有効性への疑義

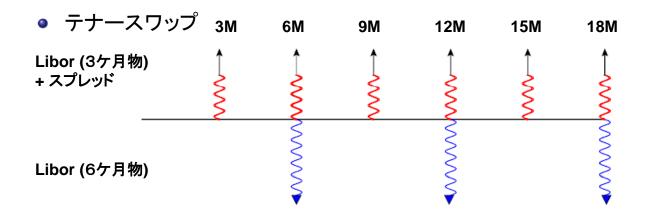
ポートフォリオ管理コストに対し担保通貨等の違いがもたらす不利な影響



適正なプライシング・ポートフォリオのリスク分析・ヘッジ運営のため、 "通貨、テナーのベーシス・スプレッド、担保"を考慮した金利期間構造モデル による新しいフレームワークが求められている。

### テナースワップ

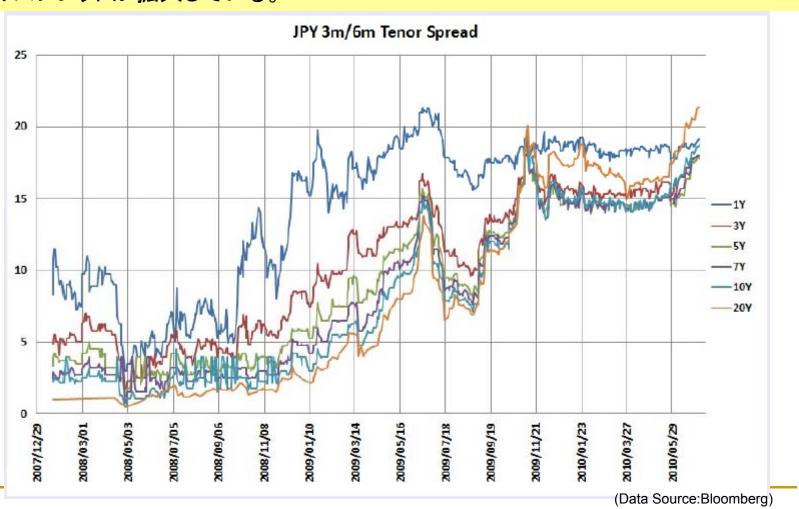
6ヶ月より短いレファレンス期間のLibor(ex. 1ヶ月物Libor, 3ヶ月物 Libor)を使用する場合、価値を過大に評価してしまう可能性がある。



- ・テキストブック的な導入⇒ゼロ・スプレッド
- ・マーケット: 2007年以降スプレッドはかなり大きく、また水準も変化している。

## テナースワップのベーシス・スプレッドの拡大

6ヶ月物Liborとそれより短いレファレンス期間のLibor(ex. 1ヶ月物Libor, 3ヶ月物Libor)のスプレッドが拡大している。



## テナースワップのベーシス・スプレッドの拡大



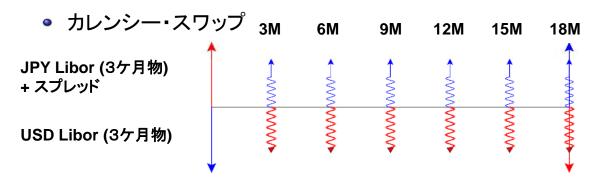
(Data Source:Bloomberg)

## テナースワップのベーシス・スプレッドの拡大



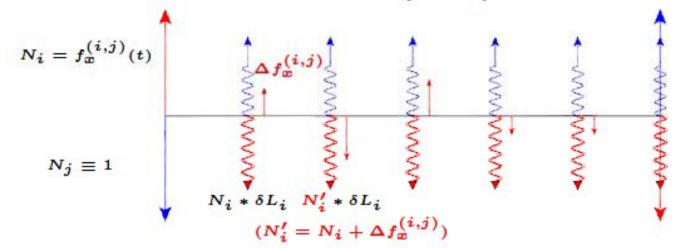
### カレンシースワップ

カレンシースワップのベーシス・スプレッドの存在は、例えば、保有しているドルを用いてCCSを通して円調達すると、円市場から直接円調達するのとコストが異なることを示唆している。また、複数国の通貨(ないしその金利)が関与するキャッシュフローを評価する場合、ベーシス・スプレッドの考慮の有無が価格に影響を与える。



- テキストブック的な導入⇒ゼロ・スプレッド
- ・マーケット:以前よりスプレッドはかなり大きく、また水準も変化していた。 リーマンショック以降はさらに大きくかつ急激な変化。

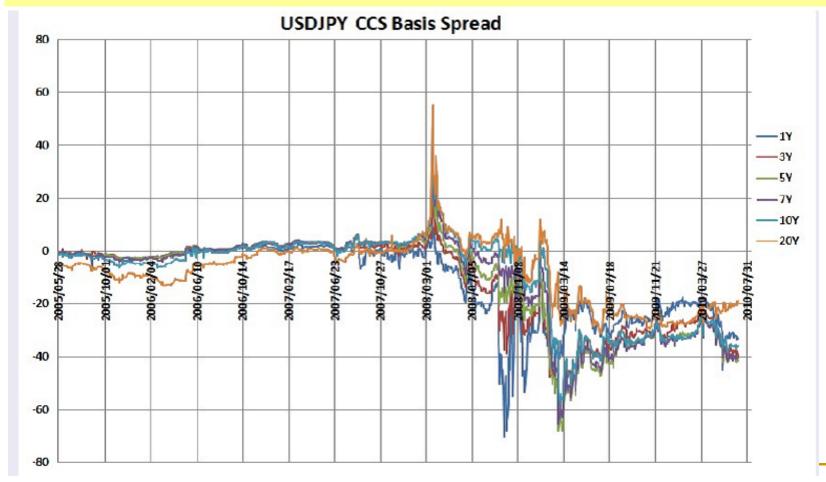
### Mark-to-Market Cross Currency Swap



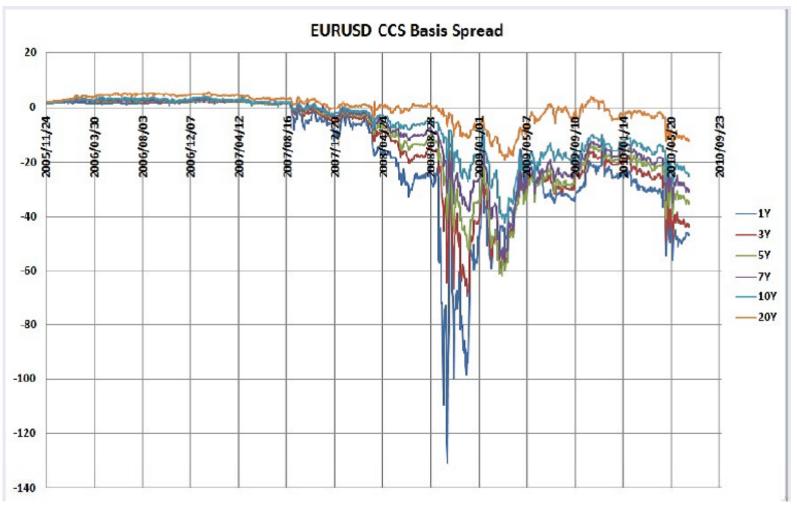
- USD Libor is exchanged by Libor +spread of the other currency.
- USD leg notional is reset every start of accrual period.
- Textbook-style Implementation ⇒ Zero spread.
- Market:
  - Spread is quite significant and volatile for long time.
  - Drastic/Rapid change in recent years.

## カレンシースワップのベーシス・スプレッドの拡大

カレンシースワップのスプレッドは、従来より認識されている。需給の動きを中心に変動しているが、2008年以降金融危機等により、これまでにないスプレッドの拡大や変動率の上昇が見られる。



# カレンシースワップのベーシス・スプレッドの拡大

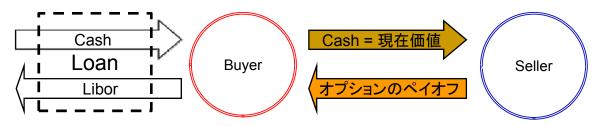


(Data Source:Bloomberg)

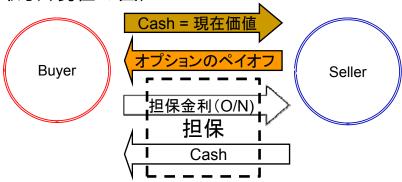
## 担保付デリバティブ取引

担保付取引により、低利のファイナンスが実現するため、Liborカーブによる評価自体に根本的な見直しが必要になる。

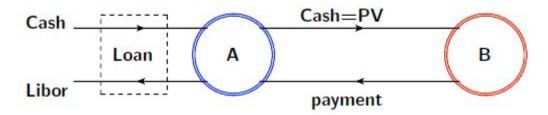
ファンディングと無担保デリバティブ取引(旧来の図)



担保付デリバティブ取引(現在の図)



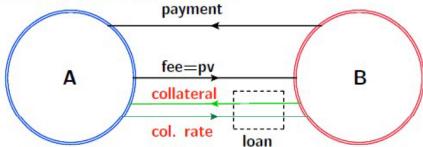
#### Unsecured Funding and Contract



- Libor is unsecured offer rate in the interbank market.
- Libor discounting makes the present value of Loan zero.
- Libor discounting was appropriate for unsecured trades between financial firms with Libor credit quality.

#### Implicit assumption that Libor $\sim$ Risk-free rate

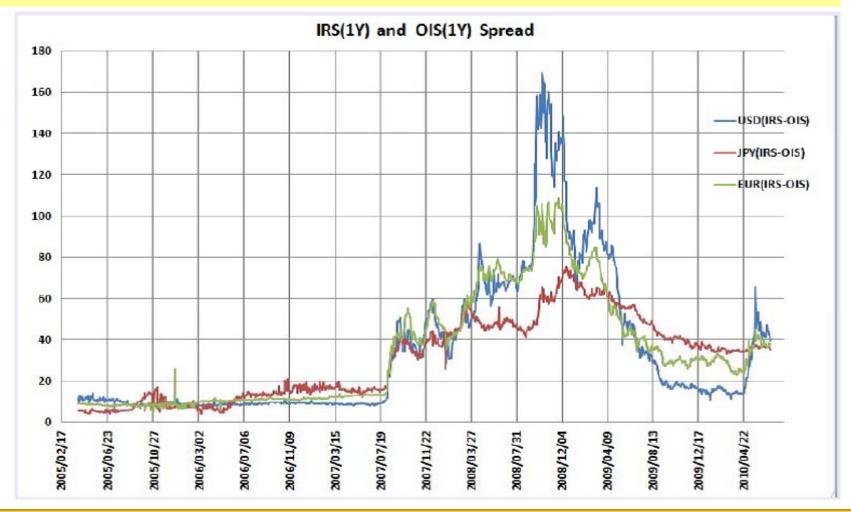
Collateralized (Secured) Contract



- No outright cash flow (collateral=PV)
- No external funding is needed.
- Funded by collateral (cash).

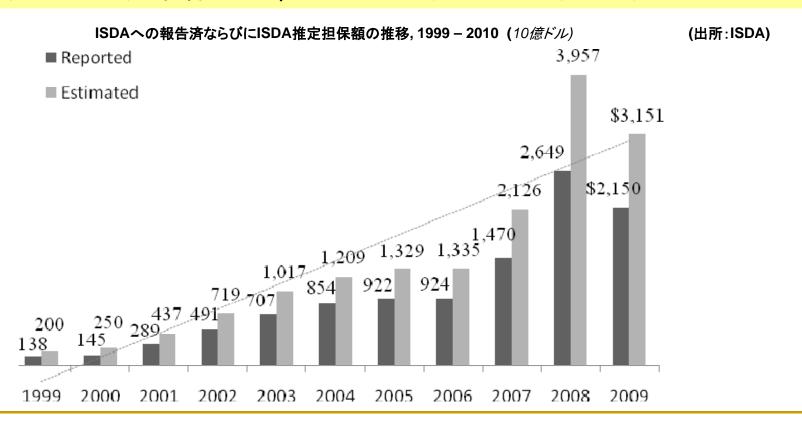
## LiborとOISのスプレッドの拡大

LiborスワップとOISのスプレッドが拡大している。2007年から2009年にかけて、これまでにないスプレッドの拡大や変動率の上昇が見られている。



# デリバティブ取引における担保付取引の拡大

2010年ISDA(国際スワップ・デリバティブ協会)マージン調査によれば担保付取引は引き続き増加傾向で店頭デリバティブ取引の70%を占めるに至る。また推定預入担保額は世界合計で前年度の4兆ドルから減少したものの3.2兆ドルの高水準。担保付取引により、低利のファイナンスが実現するため、Liborカーブによる評価に見直しが必要になる。その影響が20bpsだとしても世界合計で64億ドル相当。



#### Collateralization

- The most important credit risk mitigation tool.
  - margin call, settlement and associated procedures.
  - legal specifications are provided by CSA (Credit Support Annex ).
- Dramatic increase in recent years (ISDA [4])
  - $30\%(2003) \rightarrow 70\%(2009)$  in terms of trade volume for all OTC.
  - Coverage goes up to 78% (for all OTC) and 84% (for fixed income) among major financial institutions.
  - More than 80% of collateral is Cash.
  - About half of the cash collateral is USD.
  - Almost all the credit derivatives are collateralized.

#### Impact of collateralization:

- Reduction of Counter-party Exposure.
  - Associated change in CVA has been actively studied.
- Change of Funding Cost (topic of this talk)
  - Require new term structure model to distinguish discounting and reference rates.
  - Cost of collateral is differ from currency to currency.
  - · "cheapest-to-deliver" option.
  - Significant impact on derivative pricing and risk management.

### 従来の金利・為替モデルの限界

テキストブック的な金利モデルを用いることは非常に危険.なぜなら...

- •様々な基本的な商品の誤った価値評価:
  - Tenor Swap(TS)
  - •Cross Currency Swap(CCS) → Forex
  - Overnight Index Swap(OIS)
- →従って、全ての商品のミスプライシングをもたらす.

例: 金利オプション(Cap/Floor, Swaption)、為替オプション、 CMS(Constant Maturity Swap)、Callable Swap、 PRDC(Power Reverse Dual Currency)債などの仕組み債

・Libor-OIS スプレッドの変動に対するエクスポージャーのような 重要なリスクを認識することができない. → 正しいリスク管理が不可能.

- 1. はじめに
- 2. 金融市場の変質
- 3. 新しいモデルとフレームワーク
- 4. 今後の課題

### 次世代「金利期間構造モデル」

長期間、複数の通貨が関与するキャッシュフローを統合されたリスク管理の枠組みで評価するためには、以下の要件を満たす次世代の「金利期間構造モデル」が不可欠。

- **1** 複数の通貨にまたがる派生商品(群)、それらに対するヘッジ取引を 無裁定条件と整合的な枠組みに基づき統一的に評価するモデル
- 2 Tenor Swap、CCSなどの各種Basis市場に対応(カリブレーション)
- 3 ISDA CSA(Credit Support Annex)契約の普及に伴う担保付取引への対応

#### 担保付デリバティブの価格式

担保付デリバティブ価格式(ヨーロッパ型オプション) どの通貨の資産を担保として差し入れるかにより、価格が有意に異なるメカニズムを考慮。

#### Proposition

T-maturing European option under the collateralization is given by

$$\begin{array}{lcl} h^{(i)}(t) & = & \mathbb{E}_t^{Q_i} \left[ e^{-\int_t^T r^{(i)}(s)ds} \left( e^{\int_t^T y^{(j)}(s)ds} \right) h^{(i)}(T) \right] \\ & = & D^{(i)}(t,T) \mathbb{E}_t^{\mathcal{T}^c_{(i)}} \left[ \left( e^{-\int_t^T y^{(i,j)}(s)ds} \right) h^{(i)}(T) \right] \\ & \text{where,} \\ y^{(j)}(s) & = & r^{(j)}(s) - c^{(j)}(s) \;\;, \;\; y^{(i,j)}(s) = y^{(i)}(s) - y^{(j)}(s) \end{array}$$

$$egin{array}{lcl} m{y}^{(j)}(s) &=& m{r}^{(j)}(s) - m{c}^{(j)}(s) \;\;,\;\; m{y}^{(i,j)}(s) = m{y}^{(i)}(s) - m{y}^{(j)}(s) \ D^{(i)}(t,T) &=& \mathbb{E}_t^{Q_i} \left[ e^{-\int_t^T c^{(i)}(s) ds} 
ight] \end{array}$$

- ullet  $h^{(i)}(T)$ : option payoff at time T in currency i
- collateral is posted in currency j
- $oldsymbol{o}$   $oldsymbol{c}^{(j)}(s)$ : instantaneous collateral rate of currency  $oldsymbol{j}$  at time s
- $oldsymbol{o}$   $oldsymbol{r}^{(j)}(s)$ : instantaneous risk-free rate of currency  $oldsymbol{j}$  at time s
- ullet  $\mathcal{E}^{\mathcal{T}^c_{(i)}}[\cdot]$ : expectation under the fwd measure associated with  $D^{(i)}(\cdot,T)$
- ullet  $Q_i$ : Money-Market measure of currency i

### Pricing under the Collateralization

• Collateral amount in currency j at time s is given by  $\frac{h^{(i)}(s)}{f_x^{(i,j)}(s)}$ , which is invested at the rate of  $y^{(j)}(s)$ :

$$\begin{split} h^{(i)}(t) &= \mathbb{E}_{t}^{Q_{i}} \left[ e^{-\int_{t}^{T} r^{(i)}(s)ds} h^{(i)}(T) \right] \\ &+ f_{x}^{(i,j)}(t) \mathbb{E}_{t}^{Q_{j}} \left[ \int_{t}^{T} e^{-\int_{t}^{s} r^{(j)}(u)du} y^{(j)}(s) \left( \frac{h^{(i)}(s)}{f_{x}^{(i,j)}(s)} \right) ds \right] \\ &= \mathbb{E}_{t}^{Q_{i}} \left[ e^{-\int_{t}^{T} r^{(i)}(s)ds} h^{(i)}(T) + \int_{t}^{T} e^{-\int_{t}^{s} r^{(i)}(u)du} y^{(j)}(s) h^{(i)}(s) ds \right] \end{split}$$

Note that  $X(t) = e^{-\int_0^t r^{(i)}(s)ds} h^{(i)}(t) + \int_0^t e^{-\int_0^s r^{(i)}(u)du} y^{(j)}(s) h^{(i)}(s) ds$ 

is a  $Q_i$ -martingale. Then, the process of the option value is written by

$$dh^{(i)}(t) = \left(r^{(i)}(t) - y^{(j)}(t)\right)h^{(i)}(t)dt + dM(t)$$

with some  $Q_i$ -martingale M. This establishes the proposition.

 $f_x^{(i,j)}(t)$ : Foreign exchange rate at time t representing the price of the unit amount of currency j in terms of currency i.

### 担保付デリバティブの価格式

### Corollary

 If payment and collateral currencies are the same, the option value is given by

$$h(t) = E_t^Q \left[ e^{-\int_t^T c(s)ds} h(T) \right]$$
$$= D(t,T) E_t^{\mathcal{T}^c} \left[ h(T) \right] .$$

### **Building Blocks**

$$\begin{array}{lcl} c^{(i)}(t,T) & = & -\frac{\partial}{\partial T} \ln D^{(i)}(t,T) \\ \\ B^{(i)}(t,T_{k};\tau) & = & \mathbb{E}_{t}^{\mathcal{T}_{k,(i)}^{c}} \left[ L^{(i)}(T_{k-1},T_{k};\tau) \right] - \frac{1}{\delta_{k}^{(i)}} \left( \frac{D^{(i)}(t,T_{k-1})}{D^{(i)}(t,T_{k})} - 1 \right) \\ \\ y^{(i,k)}(t,T) & = & -\frac{\partial}{\partial T} \ln \left( \mathbb{E}_{t}^{Q_{i}} \left[ e^{-\int_{t}^{T} y^{(i,k)}(s) ds} \right] \right) \end{array}$$

### 「担保付デリバティブの価格式」と「金利の期間構造の構成」

#### Construction of Term Structure

#### Term structure construction procedures

See, (Fujii, Shimada, Takahashi 2009) [1] for details.

• (1), OIS 
$$\Rightarrow c^{(i)}(t,s)$$

• (2), IRS+TS+(1) 
$$\Rightarrow B^{(i)}(t,s;\tau)$$

• (3), CCS+(1)+(2) 
$$\Rightarrow y^{(i,j)}(t,s)$$

- Assume collateralization in domestic currency for OIS, IRS and TS<sup>2</sup>.
- Assume collateralization in USD for CCS (USD crosses).
- No-arbitrage dynamics of these underlyings in HJM framework is given in (Fujii, Shimada, Takahashi 2009)[2].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Assumption on collateral currency has only minor impact on the market par quotes.

- Collateralized Overnight Index Swap
  - payment and collateral currencies are the same
  - collateral rate is given by the overnight rate
- Condition for the length-N OIS rate:

$$\begin{aligned} \operatorname{OIS}_{N}(t) \sum_{n=1}^{N} \Delta_{n} \mathbb{E}_{t}^{Q} \left[ e^{-\int_{t}^{T_{n}} c(s) ds} \right] \\ &= \sum_{n=1}^{N} \mathbb{E}_{t}^{Q} \left[ e^{-\int_{t}^{T_{n}} c(s) ds} \left( e^{\int_{T_{n-1}}^{T_{n}} c(s) ds} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

or, equivalently,

$$OIS_N(t) \sum_{n=1}^N \Delta_n D(t, T_n) = D(t, T_0) - D(t, T_N)$$
.

Then, the collateralized zero coupon bond price can be bootstrapped as

$$D(t,T_N) = \frac{D(t,T_0) - \operatorname{OIS}_N(t) \sum_{n=1}^{N-1} \Delta_n D(t,T_n)}{1 + \operatorname{OIS}_N(t) \Delta_N}.$$

### 「担保付デリバティブの価格式」と「金利の期間構造の構成」

#### 担保付金利スワップ、テナースワップの価格式

• Collateralized IRS  $D(t,T) = E_t^Q \left[ e^{-\int_t^T c(s)ds} \right]$ 

$$\operatorname{IRS}_{M}(t) \sum_{m=1}^{M} \Delta_{m} D(t, T_{m}) = \sum_{m=1}^{M} \delta_{m} D(t, T_{m}) \mathbb{E}_{t}^{\mathcal{T}_{m}^{c}} [L(T_{m-1}, T_{m}; \tau)]$$

Collateralized TS<sup>2</sup>

$$\begin{split} \sum_{n=1}^{N} \delta_{n} D(t, T_{n}) \left( \mathbb{E}_{t}^{\mathcal{T}_{n}^{c}} \left[ L(T_{n-1}, T_{n}; \tau_{S}) \right] + TS_{N}(t) \right) \\ &= \sum_{m=1}^{M} \delta_{m} D(t, T_{m}) \mathbb{E}_{t}^{\mathcal{T}_{m}^{c}} \left[ L(T_{m-1}, T_{m}; \tau_{L}) \right] \end{split}$$

Market quotes of collateralized OIS, IRS, TS, and proper spline method allow us to determine

$$\{D(t,T)\}, \quad \{E_t^{T_m^c} [L(T_{m-1},T_m,\tau)]\}$$

for all the relevant T,  $T_m$  and tenor  $\tau$  of Libor.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>The impact from the possible compounding of the short-tenor Leg is negligible.

## 「担保付デリバティブの価格式」と「金利の期間構造の構成」

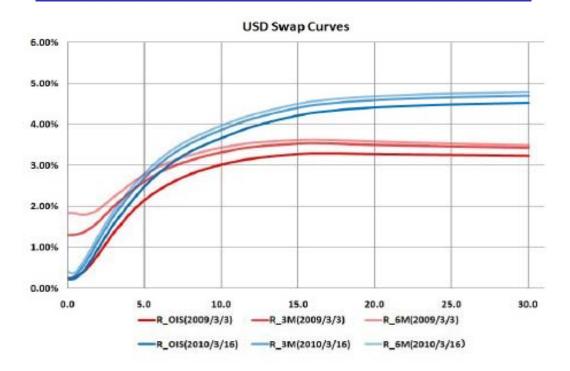
通貨i、通貨j のMark-to-Market Currency SwapのPar Spread :  $B_N$ 市場で観測される $\{B_N\}_N$  により、 $y^{(j,i)}(0,s)$ (通貨j、通貨i間の無リスク金利とコラテラル金利のスプレッドの差)をカリブレーション。

$$B_{N} = \left[ \left\{ \sum_{n=1}^{N} \delta_{n}^{(i)} D_{T_{n}}^{(i)} \left( \frac{D_{T_{n-1}}^{(j)}}{D_{T_{n-1}}^{(i)}} \right) e^{-\int_{0}^{T_{n-1}} y^{(j,i)}(0,s)ds} B_{T_{n}}^{(i)} - \sum_{n=1}^{N} \delta_{n}^{(j)} D_{T_{n}}^{(j)} e^{-\int_{0}^{T_{n}} y^{(j,i)}(0,s)ds} B_{T_{n}}^{(j)} \right\} - \sum_{n=1}^{N} D_{T_{n}}^{(j)} e^{-\int_{0}^{T_{n-1}} y^{(j,i)}(0,s)ds} \left( e^{-\int_{T_{n-1}}^{T_{n}} y^{(j,i)}(0,s)ds} - 1 \right) \right] / \sum_{n=1}^{N} \delta_{n}^{(j)} D_{T_{n}}^{(j)} e^{-\int_{0}^{T_{n}} y^{(j,i)}(0,s)ds} ,$$

$$(4.8)$$

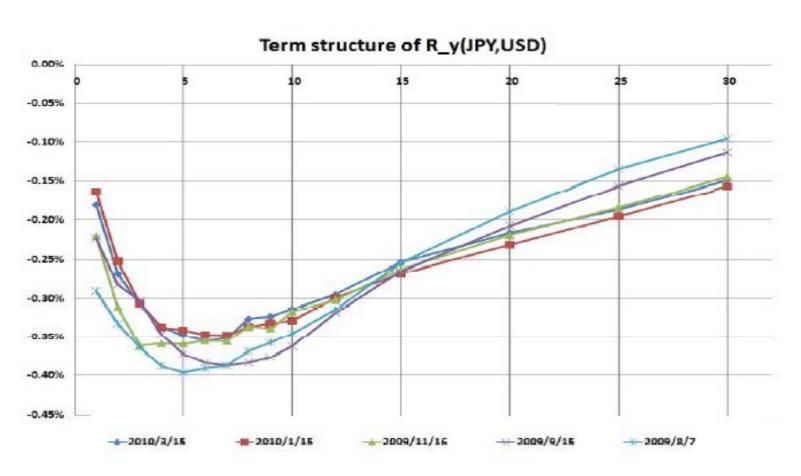
where we have shortened the notations as  $D^{(k)}(0,T) = D_T^{(k)}$  and  $B^{(k)}(0,T;\tau) = B_T^{(k)}$ .

### **Construction of Term Structure**



$$\begin{split} R_{\text{OIS}}(T) &= -\ln(D(0,T))/T \\ E^{T_m^c}[L(T_{m-1},T_m;\tau)] &= \frac{1}{\delta_m} \left( \frac{e^{-R_\tau(T_{m-1})T_{m-1}}}{e^{-R_\tau(T_m)T_m}} - 1 \right) \end{split}$$

### **Construction of Term Structures**



$$R_{y(i,j)}(T) = -\frac{1}{T} \ln \left( E^{Q_i} \left[ e^{-\int_t^T y^{(i,j)}(s) ds} \right] \right) = \frac{1}{T} \int_0^T y^{(i,j)}(0,s) ds$$

### 担保付デリバティブの価値評価(基本的要素の変動過程)

担保付取引により、Liborカーブに基づく評価法に根本的な見直しが必要になる。 c(i)~コラテラル金利やy<sup>(j,i)</sup>(t,s)(通貨j、通貨i間の無リスク金利とコラテラル金利のスプレッド差)の変動も考慮。

#### Set of SDEs in Multi-Currency Environment

$$\begin{split} \frac{df_x^{(i,j)}(t)}{f_x^{(i,j)}(t)} &= \left(c^{(i)}(t) - c^{(j)}(t) + y^{(i,j)}(s)\right)dt + \sigma_X^{(i,j)}(t) \cdot dW^{Q_t}(t) \\ dc^{(i)}(t,s) &= \sigma_c^{(i)}(t,s) \cdot \left(\int_t^s \sigma_c^{(i)}(t,u)du\right)dt + \sigma_c^{(i)}(t,s) \cdot dW^{Q_t}(t) \\ \frac{dB^{(i)}(t,T;\tau)}{B^{(i)}(t,T;\tau)} &= \sigma_B^{(i)}(t,T;\tau) \cdot \left(\int_t^T \sigma_c^{(i)}(t,s)ds\right)dt \\ &+ \sigma_B^{(i)}(t,T;\tau) \cdot dW^{Q_t}(t) \\ dc^{(j)}(t,s) &= \sigma_c^{(j)}(t,s) \cdot \left[\left(\int_t^s \sigma_c^{(j)}(t,u)du\right) - \sigma_X^{(i,j)}(t)\right]dt \\ &+ \sigma_c^{(j)}(t,s) \cdot dW^{Q_t}(t) \\ \frac{dB^{(j)}(t,T;\tau)}{B^{(j)}(t,T;\tau)} &= \sigma_B^{(j)}(t,T;\tau) \cdot \left[\left(\int_t^T \sigma_c^{(j)}(t,s)ds\right) - \sigma_X^{(i,j)}(t)\right]dt \\ &+ \sigma_B^{(j)}(t,T;\tau) \cdot dW^{Q_t}(t) \end{split}$$

$$dy^{(i,k)}(t,s) = \sigma_y^{(i,k)}(t,s) \cdot \left( \int_t^s \sigma_y^{(i,k)}(t,u) du \right) dt + \sigma_y^{(i,k)}(t,s) \cdot dW^{Q_i}(t)$$

### 担保付き取引のデリバティブ価値評価へのインプリケーション

- ・将来のキャッシュフローを割り引く場合, Libor カーブを用いると10-20bp程度のLibor-OIS スプレッドでも長期においては数パーセントの過少評価となる.
- ・Libor変動に対するヘッジに加えて、OIS変動に対するヘッジも必要となる.
  金融危機の際、overnight rateはLiborと逆方向に動き得る(OIS スプレッドが拡大するので、特に注意を要する.
- ・図13は,満期における元本1と定期的なLiborの支払いの現在価値(5.1式)を様々な満期に対して示している. (Libor割引の場合の現在価値は1.) 伝統的な金利モデルを使用している場合,極めて大きな金利リスクを見過ごしていることになる. →リスク管理における重要性

$$PV = \sum_{n=1}^{N} \delta_n D(0, T_n) E^{\mathcal{T}_n^c} \left[ L(T_{n-1}, T_n; \tau) \right] + D(0, T_N)$$
 (5.1)

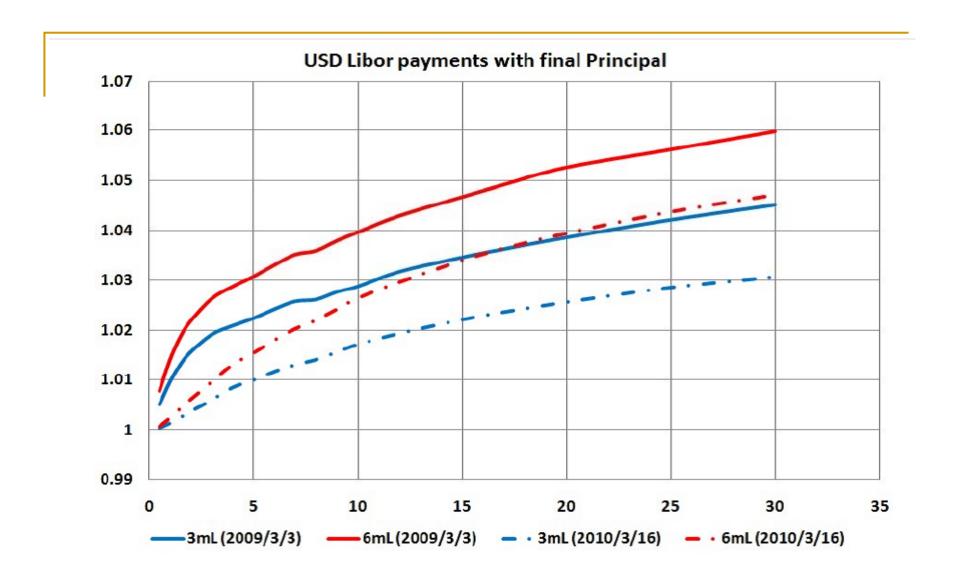


Figure 13: Present value of USD Libor stream with final principal (= 1) payment.

### 担保通貨選択権(担保差入れ側)の割引率(現在価値)への影響

## Role of $y^{(i,j)}$

Payment currency i with Collateral currency j

$$D^{(i)}(t,T) \Rightarrow E_t^{Q_i} \left[ e^{-\int_t^T y^{(i,j)}(s)ds} \right] D^{(i)}(t,T)$$

after neglecting small corrections from possible non-zero correlations.

 To choose "strong" currency, such as USD, is expensive (for the collateral payer).

### 担保通貨選択権(担保差入れ側)の割引率(現在価値)への影響

### Role of $y^{(i,j)}$

Optimal behavior of collateral payer can significantly change the derivative value.

• Payment currency i with multiple currencies as eligible collateral choice C

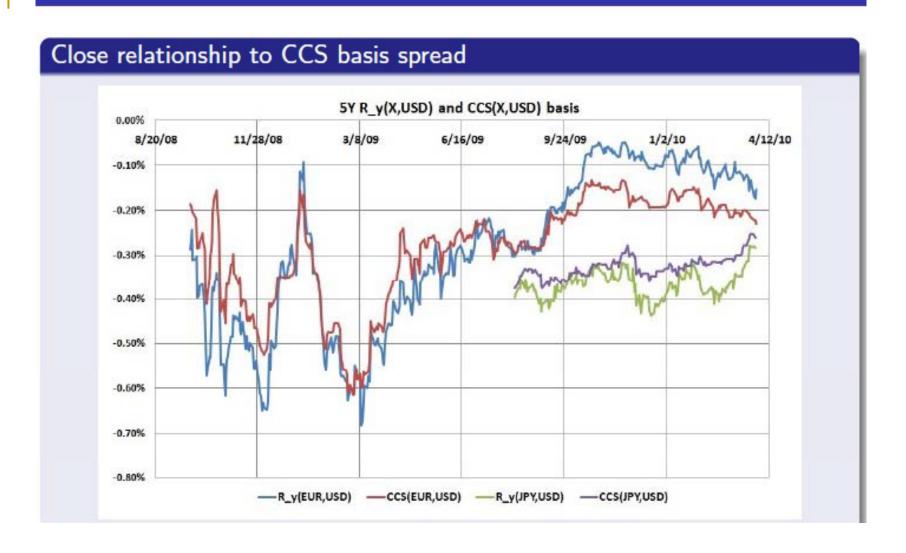
$$D^{(i)}(t,T) \Rightarrow E_t^{Q_i} \left[ e^{-\int_t^T \max_{j \in \mathcal{C}} \{y^{(i,j)}(s)\} ds} \right] D^{(i)}(t,T)$$

 Payment currency and USD as eligible collateral is relatively common.

$$D^{(i)}(t,T) \Rightarrow E_t^{Q_i} \left[ e^{-\int_t^T \max\{y^{(i,USD)}(s),0\}ds} \right] D^{(i)}(t,T)$$

• Volatility of  $y^{(i,j)}$  is an important determinant.

## **Choice of Collateral Currency**



### **Choice of Collateral Currency**

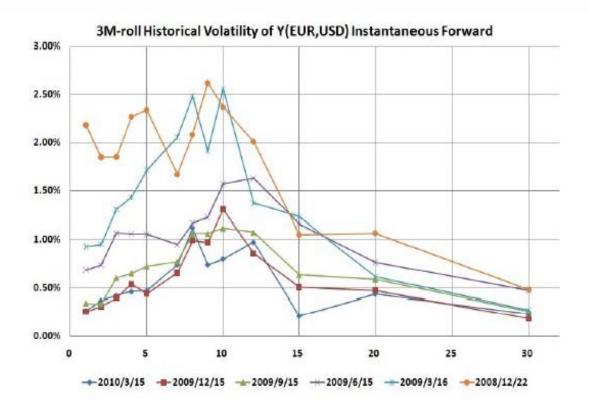


Figure: 3M-Roll historical volatility of  $y^{(EUR,USD)}$  instantaneous forward. Annualized in absolute terms.

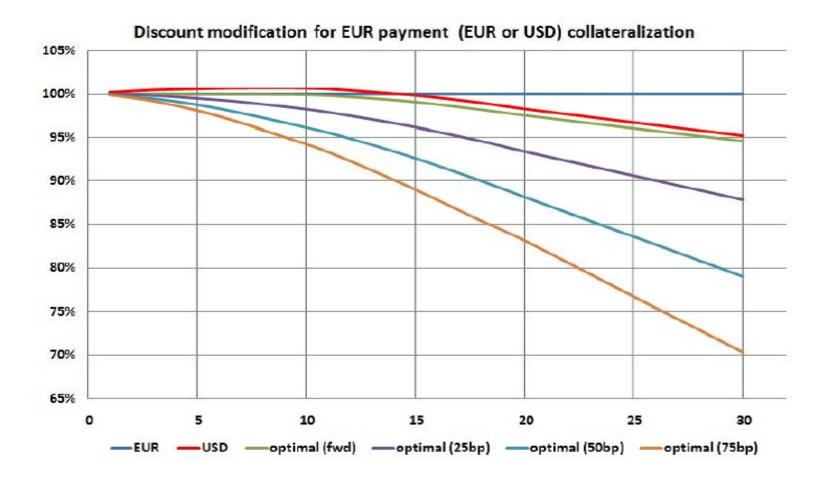


Figure 14: Modification of EUR discounting factors based on HW model for  $y^{(EUR,USD)}$  as of 2010/3/16. The mean-reversion parameter is 1.5%, and the volatility is given at each label.

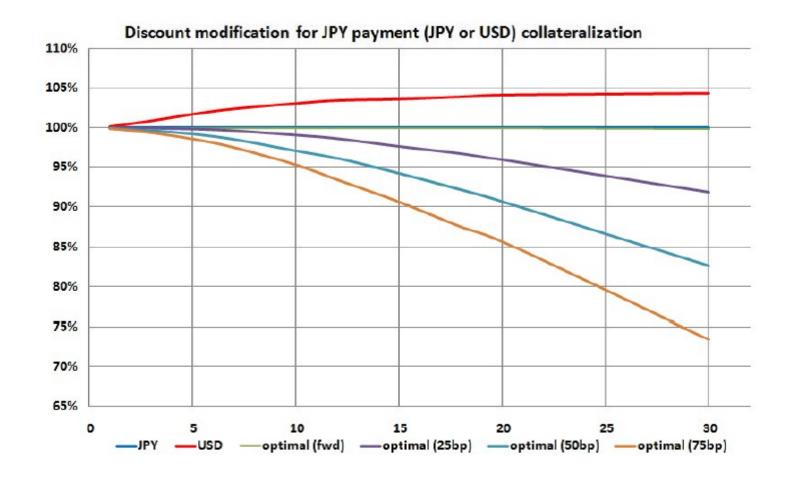


Figure 15: Modification of JPY discounting factors based on HW model for  $y^{(JPY,USD)}$  as of 2010/3/16. The mean-reversion parameter is 1.5%, and the volatility is given at each label.

- 1. はじめに
- 2. 金融市場の変質
- 3. 新しいモデルとフレームワーク
- 4. 今後の課題

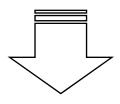
### リスク・収益管理と国際競争

#### 不完全な期間構造モデルによる不完全な収益・リスク管理

一部のプレイヤーによるプライシング、担保の使い分けによるアービトラージ



#### 適正な期間構造モデルの導入



Overnight Index Swapの普及 担保契約の有無や担保の種類による価格の相違 会計上の基準通貨の違いによる価格の相違 デリバティブ取引管理システムの高度化

ポートフォリオの状況によっては再評価による負の影響ー損失発生

デリバティブ市場における国際競争力への影響

### 清算機関での値洗い基準の動向

#### LCH.Clearnet が金利スワップポートフォリオ218兆ドルに対しOIS割引の採用決定。

Roger Liddell, chief executive, LCH.Clearnet said: "Accurate pricing is essential for prudent risk management. With the market moving increasingly to OIS, it was important for us to consider the implications of this. Our move to OIS discounting demonstrates our commitment to the highest standards of risk management and the sophistication of our Swap Clear service."

- London, 17 June 2010 LCH.Clearnet Ltd (LCH.Clearnet), which operates the world's leading interest rate swap (IRS) clearing service, SwapClear, is to begin using the overnight index swap (OIS) rate curves to discount its \$218 trillion IRS portfolio.
- Previously, in line with market practice, the portfolio was discounted using LIBOR. However, an increasing proportion of trades are now priced using OIS discounting. After extensive consultation with market participants, LCH.Clearnet has decided to move to OIS to ensure the most accurate valuation of its portfolio for risk management purposes. LCH.Clearnet already uses OIS rates to price the rate of return on cash collateral.
- From 29 June 2010, USD, Euro and GBP trades in SwapClear will be revalued using OIS.