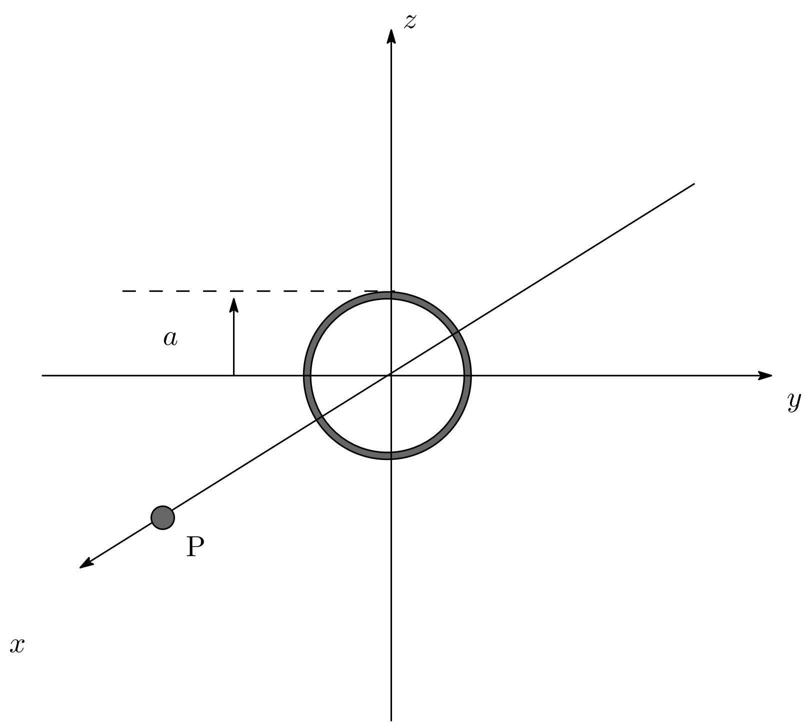
2016年度Aセメスター　電磁気学B レポート問題I
（担当：加藤雄介）　2016.11.17

第1問 線積分（教科書の問 2.1 に少し手を入れた問題；第二回講義参照） 点 P,Q の座標をそれぞれ $(a, b, 0)$, $(3a, 2b, 0)$ としたとき、P から Q に向かう線分上 Γ_3 でのベクトル場 $\boldsymbol{F} = (kxy, 2kxy, 0)$ の線積分

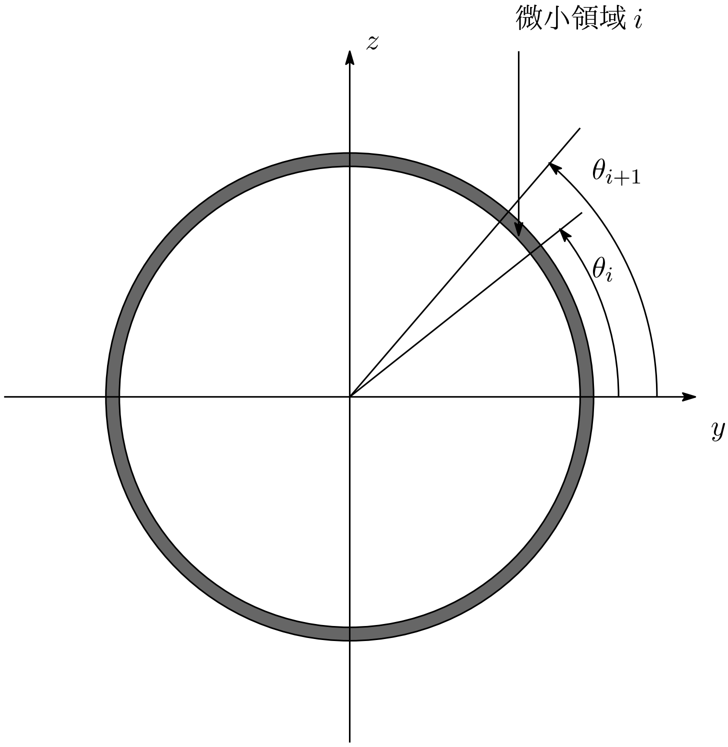
$$\int_{\Gamma_3} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

を求めよ。

第2問 リング上に一様に分布した電荷による電場 半径 a のリング上に電荷 Q が一様に分布している。このリングの軸線上にあってリングの中心からの距離 x の点 P における電場を以下の手順によって求めよ。

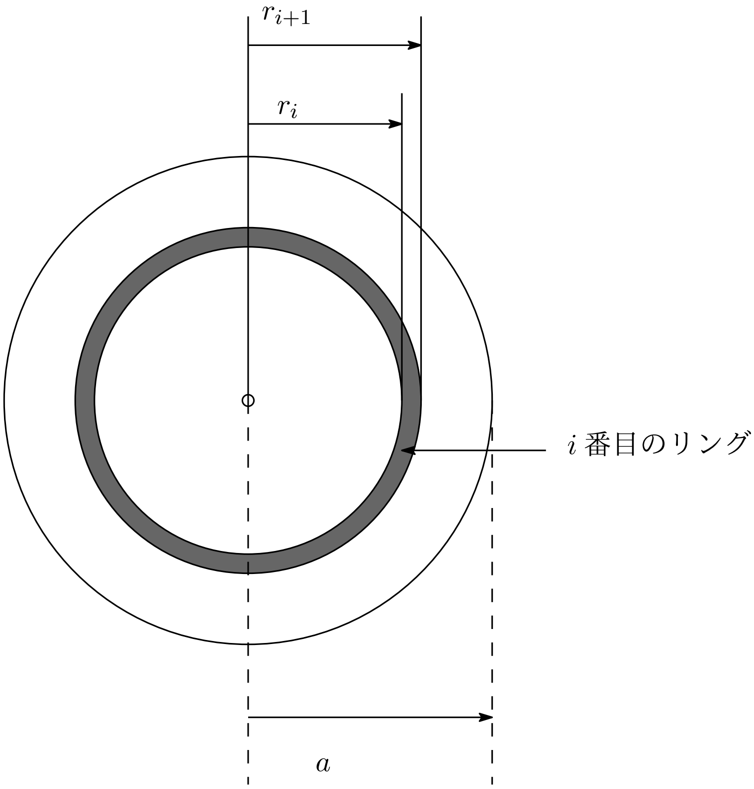


- まずリングを微小領域に分割する。微小領域は角度 θ_i,θ_{i+1} の線に挟まれた領域とする。
- i 内の電荷が P に作る電場を求める。
- $\sum \boldsymbol{E}_i$ を求める。
- 十分細かく分割した極限 $(\lim_{\mathrm{Max}(\theta_{i+1}-\theta_i)\to 0})$ をとる。



第２問 半径 a の円板上に電荷が一様に分布している。面電荷密度を σ とする。円板の軸線上にあり、円板の中心から距離 x にある点 P における電場を以下の手順で求めよ。求めよ。

- まず円板を同心リングに領域に分割する。i 番目のリングの内径 r_i と外径 r_{i+1} の差は十分小さいとする。
- 前問を参照して i 番目のリング内の電荷分布が P に作る電場 $\boldsymbol{E}_i$ を求める。
- $\sum \boldsymbol{E}_i$ を求める。
- 十分細かく分割した極限 ($\lim_{\mathrm{Max}(r_{i+1}-r_i)\to 0}$) をとる。



また $\lim_{a\to\infty} \boldsymbol{E}(\mathrm{P})$ を求め、無限平面に一様に分布する電荷が作る電場を求めよ。

注

この 2 題で用いる計算手法は区分求積法である。区間 $x \in [a, b]$ で連続な関数 $f(x)$ に対して、

$$\lim_{\mathrm{Max}(x_{i+1}-x_i)\to 0} \sum_{i=1}^{N} f(x_i)\Delta x_i = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x, \quad \Delta x_i = x_{i+1} - x_i \tag{1}$$

が成立する。$x_1(=a), x_2, \cdots, x_N, x_{N+1}(=b)$ は区間 $[a, b]$ の分割点の座標である。"短冊形領域の幅"$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ は i に依存してもいいことに注意。(1) よりも高次の微小量については

$$\lim_{\mathrm{Max}(x_{i+1}-x_i)\to 0} \sum_{i=1}^{N} f(x_i)(\Delta x_i)^n = 0, \quad n > 1 \tag{2}$$

が成り立つ。