

熱力学・第1回レポート

担当教員：桂 法称

2024年度夏学期

以下の大問1~3に解答せよ。ただし、レポートには答えだけでなく、解答に至るまでの過程も記述せよ。

問題1 (ディーゼルサイクル)

図1の p - V 図上のサイクルで表される熱機関を考える。このサイクルにおいて、 $A \rightarrow B$ は断熱膨張、 $B \rightarrow C$ は定積変化、 $C \rightarrow D$ は断熱圧縮、 $D \rightarrow A$ は定圧変化を表しており、各過程は準静的に行うとする。以下の小問(1)~(7)に答えよ。ただし以下では、作業物質は1モルの理想気体とし、その定積熱容量を C_V 、定圧熱容量を C_p とする。また、各状態 i ($= A, B, C, D$) での体積、温度をそれぞれ V_i, T_i とする。

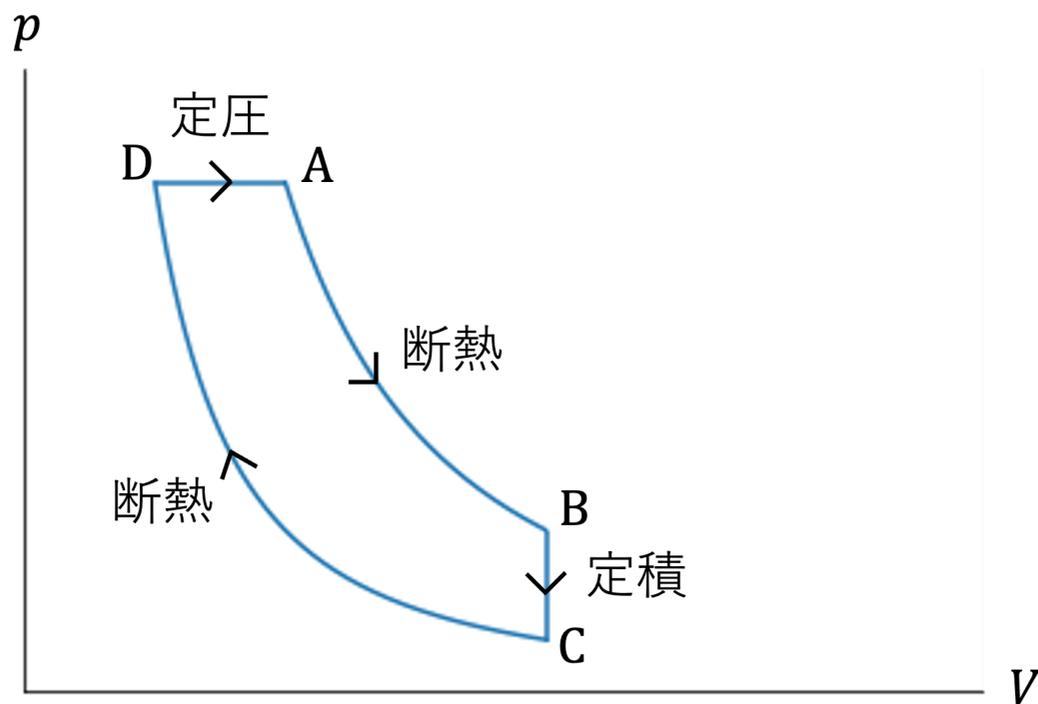


図1

- (1) $A \rightarrow B$ で気体が受け取る熱量 Q_1 と気体がされる仕事 W_1 を、それぞれ C_V, T_A, T_B を用いて表せ。
- (2) $B \rightarrow C$ で気体が受け取る熱量 Q_2 と気体がされる仕事 W_2 を、それぞれ C_V, T_B, T_C を用いて表せ。
- (3) $C \rightarrow D$ で気体が受け取る熱量 Q_3 と気体がされる仕事 W_3 を、それぞれ C_V, T_C, T_D を用いて表せ。
- (4) $D \rightarrow A$ で気体が受け取る熱量 Q_4 と気体がされる仕事 W_4 を、それぞれ C_V, C_p, T_A, T_D を用いて表せ。
- (5) 熱効率 η を、 T_A, T_B, T_C, T_D と $\gamma = C_p/C_V$ を用いて表せ。
- (6) 熱効率 η を、 $V_A, V_B (= V_C), V_D$ と $\gamma = C_p/C_V$ を用いて表せ。
- (7) 熱効率 η とカルノーサイクルの熱効率の大小関係を議論せよ。

問題 2 (理想気体の熱的接触と混合)

図 2 のような、透熱壁で仕切られた断熱容器を考える。最初、この容器の左側に温度 T_1 、体積 V_1 、物質質量 n_1 モルの理想気体を、右側には温度 T_2 、体積 V_2 、物質質量 n_2 モルの理想気体を封入し、十分長い時間放置すると、系の温度は一様な値 T_f になった。以下の小問 (1)~(5) に答えよ。ただし、 $T_1 > T_2$ とする。また、これらの気体の 1 モルあたりの定積熱容量を c とする。

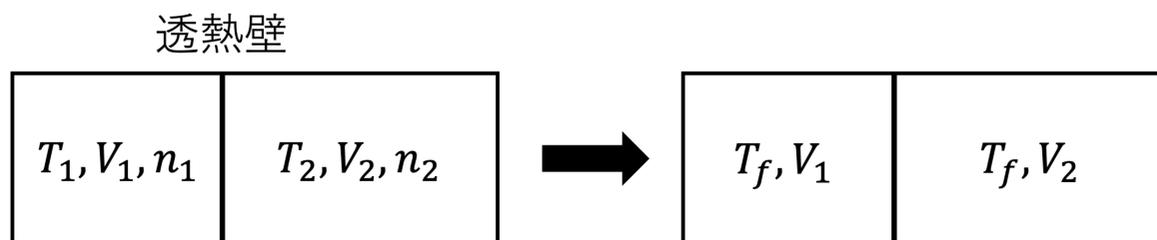


図 2

- (1) T_f を T_1, T_2, n_1, n_2 を用いて表せ。
- (2) 断熱過程と等温過程を組み合わせて図 2 の始状態と終状態をつなぐ準静的過程を構成せよ。
- (3) 図 2 の過程でのエントロピー変化 ΔS を $T_1, T_2, T_f, n_1, n_2, c$ を用いて表せ。
- (4) ΔS が正であることを、(3) で求めた表式を用いて示せ。

容器の左側に温度 T_1 、体積 V_1 、物質質量 n_1 モルの理想気体を、右側には温度 T_2 、体積 V_2 、物質質量 n_2 モルの理想気体を封入した直後に透熱壁を取り外し、十分長い時間放置すると、系の温度は一様になった。

- (5) この過程でのエントロピー変化 $\Delta S'$ を必要な記号を用いて表せ。

問題 3 (ジュールトムソン効果)

図 3 はジュールトムソンの細孔栓実験を模式的に表す。可動のピストンによって、栓の左側の圧力は p_1 、右側の圧力は p_2 ($p_1 > p_2$) となるようにしておく。最初、栓の左側にあった体積 V_1 、内部エネルギー U_1 の気体をゆっくりと栓の右側に移し、全部の気体が右側に抜けたとき、体積が V_2 、内部エネルギーが U_2 になったとする。この過程は断熱的であるとして、以下の小問 (1)~(6) に答えよ。

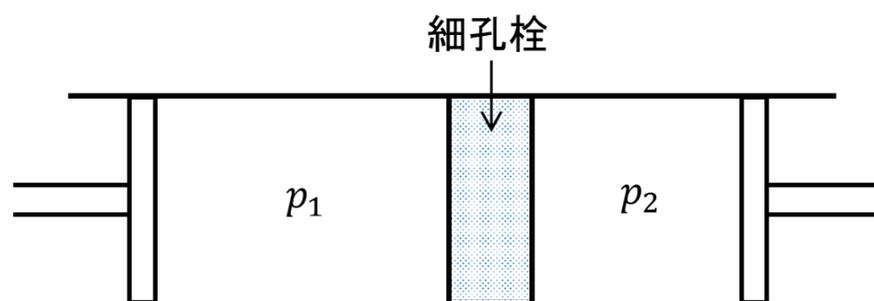


図 3

- (1) この過程の始状態と終状態の気体のエンタルピー ($H = U + pV$) が等しいことを示せ。
- (2) この過程は可逆過程か不可逆過程かを、その理由とともに答えよ。

(3) ジュール-トムソン係数を $\mu = (\partial T/\partial p)_H$ で定義する。この過程において

$$\mu = \frac{1}{C_p} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V \right] \quad (1)$$

であることを示せ。ただし、 p は圧力、 V は体積、 T は温度、 $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p$ は定圧熱容量である。

(4) 上の過程における気体が理想気体であるとする。このとき、 μ を求めよ。

(5) 上の過程における気体が、状態方程式 $(p + a/V^2)(V - b) = RT$ に従う 1 モルのファンデルワールス気体であるとする。ここで、 a, b は正の定数、 R は気体定数である。このとき、 μ を a, b の 1 次の近似で求めよ。また、その高温と低温での振舞いを説明せよ。 $(C_p$ は正の値をとるものとしてよい。)

(6) 準静的断熱膨張では、圧力の微小変化に対し温度変化が、

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_S = \frac{1}{C_p} T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (2)$$

で与えられることを示せ (左辺の添え字の S はエントロピーを意味する)。また、ジュール-トムソン係数 [(1) 式] との違いを議論せよ。