

2016年度 研究活動報告

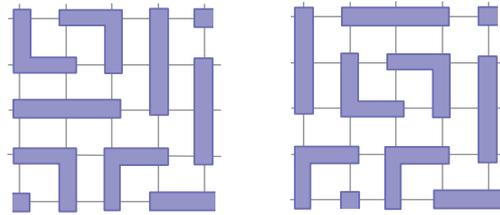


図 1.1.1: 正方格子上的のトライマー配置の例。

1.1 桂研究室

物性理論・統計力学の基礎的な問題に関する理論的研究を行っている。特に、相関の強い多体系（電子系、ボゾン系、スピン系、...）における磁性・強誘電性・量子ホール効果・超伝導などの物性の解明および新奇現象の予言を目指している。またこれらの系に対して、平均場近似などの従来の手法や、場の理論的手法、数値的対角化などを組み合わせて多角的にアプローチしている。また、量子多体系や可解模型に関する数理物理学的研究も同時に行っている。

1.1.1 強相関系

量子トライマー模型

RVB(resonating valence-bond) 状態は、量子スピン液体を模式的に表す状態として、Anderson の提案以来多くの関心を集めてきた。また、この状態を記述する有効模型である量子ダイマー模型も、近年ではトポロジカル秩序との関係から注目されている。桂は、物性研の Lee, 成均館大 (韓国) の Oh, Han と、量子ダイマー模型の自然な拡張としてトライマーを基本単位とする、量子トライマー模型を構成しその性質を調べた [6, 19]。物理的には、トライマーは3つのスピン 1 から構成されるスピン三重項状態を表している。このようなトライマーの配置の数は、正方格子では系のサイズに関して指数関数的に増大する。(トライマー配置の例として図 1.1.1 を参照。)このようなトライマー配置の数を転送行列法を用いて調べた。また、模型の Rokhsar-Kivelson (RK) ポイントに主に着目してその基底状態を調べた。この点では、基底状態は可能なトライマー配置の重ね合わせ状態として表される。また、トーラス上ではトライマー配置をトポロジカルに異なるセクターに分けられることに対応して、基底状態の縮退度は 9^g (g は種数) となる。この RK ポイントにおける種々の相関関数を数値的に調べ、相関長は格子間隔程度と非常に短いことを明らかにした。このことは、RK ポイントにおけるエネルギーギャップの存在を示唆する。したがって、この系は三角格子上の量子ダイマー模型の自然な拡張であり、 \mathbf{Z}_3 トポロジカル秩序を持つことが期待される。

超対称性の破れと南部-Goldstone フェルミオン

大域的な連続対称性の破れに伴い現れるギャップレス励起を南部-Goldstone (NG) ボゾンという。近年、非相対論的な系における自発的対称性の破れと NG ボゾンが大きな注目を集めている。一方、超対称性の破れによっても、ギャップレスな励起モードが現れるということが相対論的な場の理論で知られている。この励起モードのことを NG フェルミオン、またはゴールドスティーノという。非相対論的な格子模型においても、超対称性の破れに伴って NG フェルミオンが出現するかどうかは非自明な問題である。

三ノ宮と桂は立教大の中山と、格子フェルミオン系における超対称性の破れと NG フェルミオンの関係について調べた [5]。具体的には、Nicolai 模型と呼ばれる超対称性を有する格子模型を拡張し、超対称性が自発的に破れる場合があることを示した。さらに、不等式などの数学的手法によって、超対称性の破れに伴ってギャップレスなフェルミオンの励起が存在することを示した。また、数値対角化および場の理論的手法を用いて、この励起が線形な分散関係を持ち、連続極限で質量のない Thirring フェルミオンで記述されることを明らかにした。三ノ宮らは、さらに \mathbf{Z}_2 Nicolai 模型と名付けた $U(1)$ 対称性のない格子模型を導入し、この模型においても超対称性の自発的な破れに伴うギャップレス励起が存在することを示した [7]。また、この励起の分散関係が、波数の三乗に比例するという、エキゾチックなものであることを明らかにした。これらの成果は国際会議での招待講演などで発表された [18, 22, 30]。また、三ノ宮は、これらの結果を修士論文にまとめた [10]。

1.1.2 トポロジカル系

Hofstadter の蝶と整数量子ホール効果

2次元正方格子遍歴電子系に垂直磁場を印加すると、Hofstadter の蝶と呼ばれる、フラクタルな量子相図が得られる。この系は、冷却原子系でのハミルトニアンの実現可能性が近年見出され、再注目を浴びている。吉岡は、東京大の松浦・小形と共に、自己相似性と整数量子ホール係数との間に興味深い関係があることを見出した。単位格子当たりの磁束 $\phi = p/q$ の分母に応じて、ゼロエネルギー近傍に線形または二乗分散が現れる。これらはそれぞれ、質量のない

Dirac フェルミオン、非相対論的自由フェルミオンで記述できる。したがって、付加的な磁束 $\Delta\phi$ の下では Landau 量子化され、バンド当たりのホール伝導度 σ_{xy} が量子化される。格子系を扱っているため、各 Landau 準位はミニバンドへと分裂するが、トポロジカルな議論により σ_{xy} の総和保存が保証される。そのため、特定の条件下では陽に計算することなく σ_{xy} を求めることができる。この条件とフラクタルの間には、共通する記述規則が存在することが示された。これらの結果は投稿論文としてまとめられた [2]。

桂は、ジュネーブ大の初田, IPMU の立川と、Hofstadter の蝶と Calabi-Yau 幾何のトポロジカル不変量の間の関係を明らかにした。特に、Hofstadter 問題の状態密度と量子 A 周期と呼ばれる量の虚部の微分が対応することを示した。これらの結果は、論文 [4] にまとめられた。

乱れのあるトポロジカル絶縁体のトポロジカル数

トポロジカル絶縁体とは、自明なバンド絶縁体とはギャップを閉じない限り断熱的に接続することができない絶縁体で、非自明なトポロジカル数により特徴づけられる。このトポロジカル数は、並進対称性がある場合には、波数空間での積分により自然に定義することが可能であるが、乱れのある場合には、その定義は自明ではない。昨年度、桂は、学習院大の高麗と、乱れのある 2 次元の時間反転対称なトポロジカル絶縁体 (class AII) に対するトポロジカル数を、非可換幾何の手法を用いて導入した。今年度は、この手法を用いて、トポロジカル絶縁体・超伝導体の全てのクラスに対して、そのトポロジカル数を定義することを試み、成功した。また、これらのトポロジカル数の摂動に対する安定性を証明した [9]。

得られた結果の応用として、赤城と桂は、乱れのある 3 次元トポロジカル絶縁体におけるトポロジカル数を調べた。具体的には、3 次元 Wilson-Dirac 型モデルに乱れを導入したモデルにおける \mathbf{Z}_2 トポロジカル数を数値的に求めた。得られた結果を、図 1.1.2 に示す。ここで、 λ_1, λ_2 は、2 つの射影演算子の差で定義される演算子の (縮退度を含めて) 大きい方から 1 番目と 2 番目の固有値を表す。強いトポロジカル絶縁体相では、 λ_1 は、1 に十分近い値をとり、かつ λ_2 と有意な差が生じる。一方、自明な絶縁体相では、1 に近い固有値は現れない。得られた相図は、独立な手法である転送行列を用いて小林らにより得られた相図 [K. Kobayashi, T. Ohtsuki, and K. Imura, Phys. Rev. Lett. **110**, 236803 (2013)] とよく一致しており、我々により導入されたトポロジカル数が、乱れがあるトポロジカル絶縁体においても有効であることが明らかとなった。これらの結果は、研究会などで発表された [17, 23, 29, 31]。

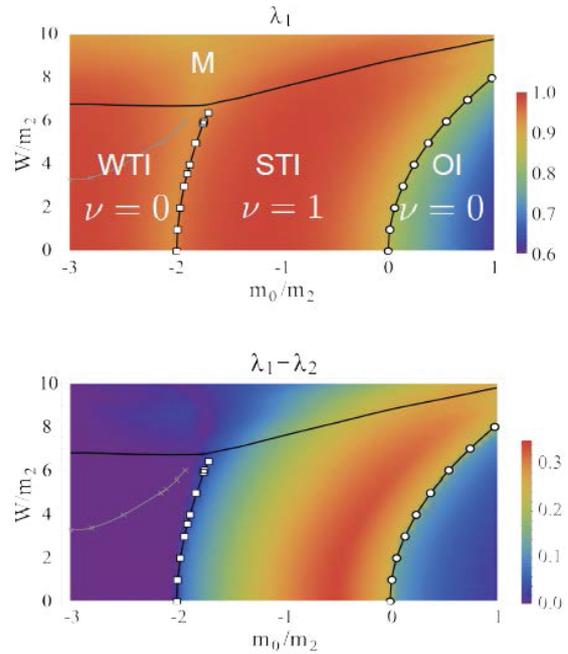


図 1.1.2: Wilson-Dirac 型モデルにおける質量項 m_0 , 乱れの強さ W に対する λ_1 と $\lambda_1 - \lambda_2$. M, WTI, STI, OI は、それぞれ diffusive metal, 弱いトポロジカル絶縁体, 強いトポロジカル絶縁体, 通常の絶縁体の各相を表す。また各相における、 \mathbf{Z}_2 トポロジカル数 ν の値も示した。

1.1.3 可解模型・統計力学

量子スピン鎖のエンタングルメント・スペクトルと角転送行列

桂は、成均館大 (韓国) の Kim, Han, オハイオ大 (米国) の Trivedi と、 $SU(N)$ 対称性のある臨界的なスピン鎖 (開放境界条件) の基底状態におけるエンタングルメントの性質について、密度行列繰り込み群 (DMRG) を用いて数値的に調べた [3]。その結果、そのエンタングルメント・スペクトル (ES) は、調べた全ての場合 ($N = 2, 3, 4$) において、コーナー・ハミルトニアンと呼ばれる、角転送行列の生成子のスペクトルと非常に良い一致を示すことを明らかにした。その他にも、臨界的な量子 Ising 模型や、 $S = 1$ bilinear-biquadratic スピン鎖の可積分な場合についても、この ES とコーナー・ハミルトニアンのスペクトルの間に同様の対応が見られ、さらに非可積分、あるいは非臨界的な場合にも、可積分な場合の近傍では、同様の対応関係が見られることを数値的に明らかにした。また、 $SU(N)$ Heisenberg 模型において、ES の縮退構造は、注目する部分系の長さについて振動する振る舞いを見せるが、これを $SU(N)$ の基本表現のテンソル積の既約分解に基づいて、定性的

に説明した。

Fredkin スピン鎖のエンタングルメント

近年、新しいクラスの可解なスピン鎖が注目を集めている。通常、局所相互作用からなる1次元量子系の基底状態のエンタングルメント・エントロピー (EE) は、系のサイズ n に関して定数で抑えられる (面積則)、あるいは対数的に振る舞う。一方、この新しいクラスのモデルは、ハミルトニアンが局所的かつバルクでは並進対称な相互作用からなるにもかかわらず、基底状態の EE は、 \sqrt{n} あるいは n に比例する (体積則) という特異な振る舞いを見せる。宇田川、桂とヴァージニア大 (米国) の Zhang, Klich, ニューヨーク州立大学ストーニーブルック校 (米国) の Salberger, Korepin は、Fredkin スピン鎖と呼ばれる半奇整数スピン鎖を拡張し、その解析を行った。このモデルの厳密な基底状態は、色付き Dyck パスと呼ばれる、組み合わせ論的オブジェクトの重ね合わせにより記述される。スピン $s = 1/2$ の場合、モデルのパラメータ t が、 $t \neq 1$ のとき、基底状態の EE は面積則を満たす。一方、 $s > 1/2$ の場合、 $t < 1$ のとき、EE は同じく面積則を満たすが、 $t > 1$ のときは体積則を満たすことを明らかにした。このことと Hastings による結果を組み合わせると、 $s > 1/2$, $t > 1$ の場合には、この系はギャップレスであることが分かる。これらの結果は、投稿論文 [8] としてまとめられた。

1.1.4 その他

桂は、物性研の加藤、和田、東京理科大の堺と、近藤問題の代数的 Bethe 仮設を用いた定式化と、その形状因子の計算への応用についての研究を行った [25]。また、桂は、東大理物の Bolens, 宮下、小形と遍歴電子系におけるスピン・軌道相互作用、磁場、電子相関の相乗効果とその応答関数への影響を、久保公式を用いて調べた [26, 32]。

吉岡は、ETH(スイス)の Sigrist と、カイラル超伝導体におけるノード構造とその熱ホール効果に与える影響について調べ、それらの結果を国際会議などで発表した [13, 15, 27]。また、修士論文としてもまとめている [11]。

<受賞>

- [1] 桂 法称, 2016 Nevill F. Mott Prize, “seminal theories of the mechanisms of spin-driven ferroelectricity and the thermal Hall effect in quantum magnets”, International Conference on Strongly Correlated Electron Systems (SCES), 2016年5月11日。

<報文>

(原著論文)

- [2] Nobuyuki Yoshioka, Hiroyasu Matsuura, and Masao Ogata: Quantum Hall Effect of Massless Dirac Fermions and Free Fermions in Hofstadter’s Butterfly, *J. Phys. Soc. Jpn.* **85**, 064712 (2016).

- [3] Panjin Kim, Hosho Katsura, Nandini Trivedi, and Jung Hoon Han: Entanglement and corner Hamiltonian spectra of integrable open spin chains, *Phys. Rev. B* **94**, 195110 (2016).
- [4] Yasuyuki Hatsuda, Hosho Katsura, and Yuji Tachikawa: Hofstadter’s Butterfly in Quantum Geometry, *New. J. Phys.* **18**, 103023 (2016).
- [5] Noriaki Sannomiya, Hosho Katsura, and Yu Nakayama: Supersymmetry breaking and Nambu-Goldstone fermions in an extended Nicolai model, *Phys. Rev. D* **94**, 045014 (2016).
- [6] Hyunyoung Lee, Yun-Tak Oh, Jung Hoon Han, and Hosho Katsura: Resonating Valence Bond States with Trimer Motifs, *Phys. Rev. B*, **95**, 060413(R) (2017).
- [7] Noriaki Sannomiya, Hosho Katsura, and Yu Nakayama: Supersymmetry breaking and Nambu-Goldstone fermions with cubic dispersion, *Phys. Rev. D*, **95**, 065001 (2017).
- [8] Olof Salberger, Takuma Udagawa, Zhao Zhang, Hosho Katsura, Israel Klich, and Vladimir Korepin: Deformed Fredkin Spin Chain with Extensive Entanglement, to appear in *J. Stat. Mech.*
- [9] Hosho Katsura and Tohru Koma: The Noncommutative Index Theorem and the Periodic Table for Disordered Topological Insulators and Superconductors, arXiv:1611.01928 (2016).

(学位論文)

- [10] 三ノ宮典昭: Supersymmetry Breaking and Nambu-Goldstone Fermions in Lattice Models (修士論文).
- [11] 吉岡信行: Theoretical Study on Thermal Hall Effect in Chiral Superconductors (修士論文).

<学術講演>

(国際会議)

一般講演

- [12] Yutaka Akagi (Hiroaki T. Ueda, Nic Shannon): Topological defects in quantum spin-nematics, *SCES 2016*, Hangzhou, China, May 2016.
- [13] Nobuyuki Yoshioka: Thermal Hall Effects in Topological Superconductors, *Trends in Theory of Correlated Materials 2016 (TTCM 2016)*, Zurich, Switzerland, May 2016.
- [14] Yutaka Akagi: Topological Excitations in Frustrated Magnets, *International Symposium on New Horizons in Condensed Matter Physics*, Tokyo, Japan, June 2016.
- [15] Nobuyuki Yoshioka: Nodal Effects on Thermal Hall Conductance in Chiral Superconductors, *Journées de la Matière Condensée (JMC15)*, Bordeaux, France, August 2016.

- [16] Yutaka Akagi (Hiroaki T. Ueda, and Nic Shannon): Topological Excitations in Quantum Spin-nematics, *Highly Frustrated Magnetism 2016*, Taipei, Taiwan, Sept. 2016.
- [17] Yutaka Akagi: The noncommutative \mathbf{Z}_2 index of 3D topological insulators with disorder, *International School on Topological Science and Topological Matters*, Kyoto, Japan, Feb. 2017.
- [18] Noriaki Sannomiya: Spontaneous SUSY breaking and Nambu-Goldstone fermions in extended Nicolai models, *International School on Topological Science and Topological Matters*, Kyoto, Japan, Feb. 2017.
- [19] Hyunyong Lee (Yun-tak Oh, Jung Hoon Han, and Hosho Katsura): Resonating Valence Bond States with Trimer Motifs, *Theory of Correlated Topological Materials*, Chiba, Japan, Feb. 2017.
- [20] Ryohei Kobayashi (Kohei Kawabata, Ning Wu, and Hosho Katsura): Majorana zero mode without edges, *Theory of Correlated Topological Materials*, Chiba, Japan, Mar. 2017.
- 招待講演
- [21] Hosho Katsura: Microscopic mechanisms of spin-driven ferroelectricity and the thermal Hall effect in insulating magnets, SCES 2016, Hangzhou, China, May 2016.
- [22] Hosho Katsura: Supersymmetry breaking and Nambu-Goldstone fermions in lattice models, Quantum Matter, Spacetime and Information (YKIS2016), Kyoto, Japan, Jun. 2016.
- [23] Hosho Katsura: Disordered topological insulators with time-reversal symmetry: \mathbf{Z}_2 index, Topological Materials Science: Intensive-Interactive Meeting, Tokyo, Japan, Nov. 2016.
- (国内会議)
- 一般講演
- [24] 桂法称: 強相関トポロジカル相のエッジ状態・低エネルギー励起, 新学術領域「トポ物質」公募班キックオフミーティング, 2016年6月, 京都大学.
- [25] 加藤岳生, 和田義人, 桂法称, 堺和光: 近藤模型のベテ仮設解と形状因子, 日本物理学会 2016年秋季大会, 2016年9月, 金沢大学.
- [26] Adrien Bolens, 小形正男, 桂法称, 宮下精二: 量子応答におけるスピン依存複素ホッピングと磁場の相乗効果, 日本物理学会 2016年秋季大会, 2016年9月, 金沢大学.
- [27] 吉岡信行, M. Sigrist: トポロジカル超伝導体中におけるノード構造と熱ホール効果, 日本物理学会 2016年秋季大会, 2016年9月, 金沢大学.
- [28] 桂法称: A supersymmetric Kitaev honeycomb model, 第2回トポ物質科学領域研究会, 2016年12月, 東北大学.
- [29] 赤城裕: 乱れのあるトポロジカル絶縁体のトポロジカル不変量-非可換指数定理に基づくアプローチ-, 第6回強相関電子系理論の最前線, 2016年12月, 紀伊勝浦.
- [30] 三ノ宮典昭, 桂法称, 中山優: U(1)対称性のない拡張 Nicolai 模型における超対称性の破れと南部-Goldstone フェルミオン, 日本物理学会 第72回年次大会, 2017年3月, 大阪大学.
- [31] 赤城裕, 桂法称, 高麗徹: 乱れのある3次元トポロジカル絶縁体の非可換 \mathbf{Z}_2 指数, 日本物理学会 第72回年次大会, 2017年3月, 大阪大学.
- [32] Adrien Bolens, 小形正男, 桂法称, 宮下精二: spin-orbit 相互作用と電子のホッピングの相乗作用, 日本物理学会 第72回年次大会, 2017年3月, 大阪大学.
- (セミナー)
- [33] 赤城裕: Topological defects in quantum spin-nematics, Keio Topological Science Project Seminar 2016年5月, 慶應大学.
- [34] 赤城裕: Topological Excitations in Frustrated Magnets, 統計力学セミナー 2016年5月, 東京大学.
- [35] 赤城裕: フラストレート磁性体におけるトポロジカル励起, 阪大川村研セミナー 2016年7月, 大阪大学.
- [36] 桂法称: パズドラと Hubbard 模型, 物理学第一教室談話会 2016年10月, 京都大学.
- [37] 桂法称: Supersymmetry breaking and Nambu-Goldstone fermions in lattice models, 統計力学セミナー 2016年10月, 東京大学.
- [38] 桂法称: 1次元量子臨界系のサイン二乗変形, 数理論理学セミナー 2016年11月, 立教大学.
- [39] 赤城裕: 乱れのある3次元トポロジカル絶縁体の非可換 \mathbf{Z}_2 指数, 学習院大学数理論理学セミナー 2016年12月, 学習院大学.
- [40] 桂法称: Exact Ground States and Topological Order in Interacting Kitaev Chains, Department of Physics Seminar, 2017年2月, 香港中文大学.

1 Katsura Group

Research Subjects: Condensed Matter Theory and Statistical Physics

Member: Hosho Katsura and Yutaka Akagi

In our group, we study various aspects of condensed matter and statistical physics. In particular, our research focuses on strongly correlated many-body systems which would give rise to a variety of quantum phases. We study theoretically these systems, with the aim of predicting novel quantum phenomena that have no counterpart in weakly-interacting systems. We are currently interested in (i) topological phases of matter, (ii) quantum spin liquids, and (iii) entanglement in quantum spin chains. In addition, we are also interested in the mathematical aspects of the study of the above mentioned fields. Our research projects conducted in FY 2016 are the following:

- Strongly correlated systems
 - Quantum trimer model and resonating-valence-bond states [1]
 - Supersymmetry breaking and Nambu-Goldstone fermions [2, 3]
- Topological phases of matter
 - Hofstadter’s butterfly and the integer quantum Hall effect [4, 5]
 - Disordered topological insulators [6, 7]
- Solvable models and statistical physics
 - Entanglement spectra of integrable spin chains [8]
 - Volume-law entanglement in deformed Fredkin spin chain [9]

- [1] Hyunyong Lee, Yun-Tak Oh, Jung Hoon Han, and Hosho Katsura, *Phys. Rev. B*, **95**, 060413(R) (2017).
- [2] Noriaki Sannomiya, Hosho Katsura, and Yu Nakayama, *Phys. Rev. D* **94**, 045014 (2016).
- [3] Noriaki Sannomiya, Hosho Katsura, and Yu Nakayama, *Phys. Rev. D*, **95**, 065001 (2017).
- [4] Nobuyuki Yoshioka, Hiroyasu Matsuura, and Masao Ogata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **85**, 064712 (2016).
- [5] Yasuyuki Hatsuda, Hosho Katsura, and Yuji Tachikawa, *New. J. Phys.* **18**, 103023 (2016).
- [6] Hosho Katsura and Tohru Koma, *J. Math. Phys.* **57**, 021903 (2016).
- [7] Hosho Katsura and Tohru Koma, *arXiv:1611.01928* (2016).
- [8] Panjin Kim, Hosho Katsura, Nandini Trivedi, and Jung Hoon Han, *Phys. Rev. B* **94**, 195110 (2016).
- [9] Olof Salberger, Takuma Udagawa, Zhao Zhang, Hosho Katsura, Israel Klich, and Vladimir Korepin, to appear in *J. Stat. Mech.*