

# 2014年度 研究活動報告

## 1.1 桂研究室

物性理論・統計力学の基礎的な問題に関する理論的研究を行っている。特に、関連の強い多体系（電子系、ボゾン系、スピン系、...）における磁性・強誘電性・量子ホール効果・超伝導などの物性の解明および新奇現象の予言を目指している。またこれらの系に対して、平均場近似などの従来の手法や、場の理論的手法、数値的対角化などを組み合わせて多角的にアプローチしている。また、量子多体系や可解模型に関する数理物理学的研究も同時に行っている。

### 1.1.1 強相関電子系

相互作用するマヨラナフェルミオン系のトポロジカル秩序

Kitaev により考案された 1 次元  $p$  波超伝導体の模型 (Kitaev 模型) は、そのトポロジカル相でマヨラナフェルミオンの端状態が現れることから、トポロジカル超伝導体の典型例として注目を集めている。また近年では、鉄の原子鎖を用いた実験的な実現も提案されている [Nadj-Perge *et al.*, *Science* **346**, 602 (2014)]。先行研究の多くは、マヨラナフェルミオン間に相互作用のない場合について理論的に調べているが、桂は、学習院大の高橋、Utrecht 大の Schuricht とともに、マヨラナフェルミオン間の相互作用を導入した Kitaev 模型について調べた。その結果、相図中のあるライン上で、基底状態が厳密に求まることを示した。このラインは、先行研究で数値的に調べられた相図中のトポロジカル相内にあり、求められた厳密な基底状態は、相互作用を導入した Kitaev 模型のトポロジカル相を代表していると考えられる。また、この基底状態と元の相互作用のない Kitaev 模型の基底状態とは、エネルギーギャップを閉じることなく断熱的に繋がっていることを証明した。また、縮退した二つの基底状態の間を結ぶマヨラナ演算子の具体形を求めた。これらの結果は、国際会議での招待講演をはじめ、幾つかの研究会で発表された [5, 6, 7, 11]。

### $\Delta$ 鎖上の Hubbard 模型と RVB 状態

図 1.1.1 に示す、 $\Delta$  鎖上の反強磁性 Heisenberg 模型は、再隣接のスピン-重項を敷き詰めた状態が厳密な

基底状態となることが知られており、多くの研究がなされてきた。同じ格子上で Hubbard 模型を考えた場合、ホッピングやフィリングによっては、平坦バンド強磁性を示すことが知られている。桂は、この場合とはホッピングの符号が逆で、かつオンサイト斥力が無限大の場合について調べた。その結果、図 1.1.1 のように開放境界条件で、かつホールがひとつだけ存在する場合には、この系の基底状態が RVB (Resonating-valence-bond) 状態 (図 1.1.1 のようなスピン-重項の配置の重ね合わせ) であることを示した。さらにこの系では、スピン-重項・三重項の配列が保存するため、全ての励起状態を求めることが可能であることを明らかにした。この結果は、純粋な一次元 Hubbard 模型での小形-斯波の結果 [M. Ogata and H. Shiba, *Phys. Rev. B* **41**, 2326 (1990)] の  $\Delta$  鎖への拡張とみなすことができる。桂は、これらの結果を [9] で発表した。

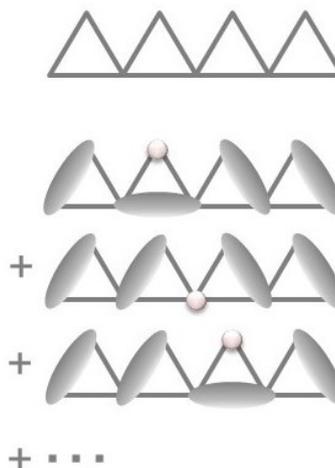


図 1.1.1:  $\Delta$  鎖とホールが 1 個の場合の基底状態の模式図。

### 1.1.2 可解模型

多成分非線形 Klein-Gordon 方程式

(1+1) 次元の非線形 KG (Klein-Gordon) 方程式は、sine-Gordon 模型や  $\phi^4$  模型の運動方程式のような、広いクラスのモデル方程式を含んでいる。1 成分スカラー場の場合には、Bogomol'nyi の方法を用いてキंक解を構成できる場合があるが、桂は 2 成分の場合にも、そのようなクラスの非線形 KG 方程式があることを示した [2]。具体例としては、sine-Gordon 模型の場合  $\psi$  と  $\phi^4$  模型の場合  $\phi$  が  $\phi \cos(\beta\psi)$  という項で非線形に結合した系などがある。またこれらの系において、図 1.1.2 に示すような二つのキंकが結合した解が安定に存在することを示した。

さらに、桂と首都大の坂本は、 $N$  成分の (Bogomol'nyi の方法の意味で) 可解な非線形 KG 方程式の

一般的な構成法を提案し、その複合キंक解の線形安定性を示した。

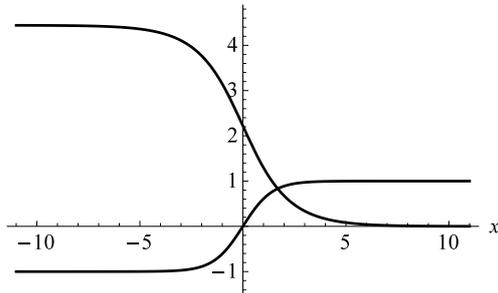


図 1.1.2: 非線形 Klein-Gordon 方程式の複合キंक解

### 行列積演算子と Heisenberg スピン鎖の保存量

桂は、2次元量子系のエンタングルメント・スペクトルの研究において偶然発見した、特異な性質をもつ行列積演算子 (MPO) について、その性質を詳しく調べた。この MPO は二つのパラメータを含んでいるが、これらが特殊な値の場合には六角梯子格子上の AKLT 模型の縮約密度行列と関係する。また、二つのパラメータの組  $(x, y)$  が単位円周上にある場合には、この MPO は、スピン 1/2 Heisenberg スピン鎖のハミルトニアンおよびその全ての保存量と交換するという著しい性質を持つ。この性質は、Yang-Baxter 関係式を用いて、6 頂点模型の転送行列とこの MPO が可換であることを示すことにより証明された [3]。桂は、これらの結果および可解模型に関する入門的講演を [10] で行った。

#### <受賞>

- [1] 桂 法称、第 9 回日本物理学会若手奨励賞「マルチフェロイクス系における磁性と強誘電性の理論的研究」、日本物理学会、2015 年 3 月 21 日

#### <報文>

##### (原著論文)

- [2] Hosho Katsura: Composite-kink solutions of coupled nonlinear wave equations, *Phys. Rev. D*, **89**, 085019 (2014).  
 [3] Hosho Katsura: On integrable matrix product operators with bond dimension  $D = 4$ , *J. Stat. Mech.*, P01006 (2015).

##### (会議抄録)

- [4] Shu Tanaka, Ryo Tamura, Hosho Katsura: Entanglement Properties of a Quantum Lattice-Gas Model on Square and Triangular Ladders, *Summer Workshop on Physics, Mathematics, And All That Quantum Jazz* [Kinki University Series on Quantum Computing, Vol. 9].

#### <学術講演>

##### (国際会議)

##### 招待講演

- [5] Hosho Katsura: Exact ground states of an interacting Kitaev/Majorana chain, *New Horizon of Strongly Correlated Physics (NHSCP2014)*, Kashiwa, Jun. 2014.  
 [6] Hosho Katsura: Topological order in interacting Kitaev/Majorana chains, *Novel Quantum States in Condensed Matter (NQS2014)*, Kyoto, Nov. 2014.

##### (国内会議)

##### 一般講演

- [7] 高橋雅裕, Dirk Schuricht, 桂 法称: 相互作用するマヨラナ粒子系の基底状態とトポロジカル秩序, 日本物理学会 2014 年秋季大会, 2014 年 9 月, 中部大学.  
 [8] 奥西巧一, 桂 法称: sine 二乗変形と超対称量子力学, 日本物理学会第 70 回年次大会, 2015 年 3 月, 早稲田大学.  
 [9] 桂 法称: ホールの運動が誘起する  $\Delta$  鎖上の RVB 状態, 日本物理学会第 70 回年次大会, 2015 年 3 月, 早稲田大学.

##### 招待講演

- [10] 桂 法称: ロシアより I をこめて, 基研研究会: 量子多体系研究の新しい潮流, 2014 年 12 月, 京都大学.  
 [11] 桂 法称: 相互作用するマヨラナフェルミオン系の基底状態とトポロジカル秩序, 第 3 回統計物理学懇談会, 2015 年 3 月, 慶應大学.  
 [12] 桂 法称: マルチフェロイクス系における磁性と強誘電性の理論的研究, 日本物理学会第 70 回年次大会, 2015 年 3 月, 早稲田大学.

##### (セミナー)

- [13] 桂 法称: 量子多体系の基底状態、ギャップ、励起状態, 物理学教室 コロキウム, 2014 年 6 月, 東京大学.