

受験番号	
------	--

(受験番号を記入すること)

平成31年度

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻 入学試験問題

専門科目 (午前)

時間： 9:00～12:00

注意事項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開かないこと。
2. 4科目中3科目を選択して解答すること。
3. 解答用紙3枚が渡されるので、1科目ごとに1枚の解答用紙を使用すること。
4. 解答用紙には、科目名及び受験番号を記入すること。
5. 解答用紙及び問題冊子は持ち帰らないこと。

## 流体力学 (午前)

比熱比 $\gamma$ の理想気体について2次元圧縮性渦なし亜音速流れを考える。薄翼がマッハ数 $M_\infty$ の一樣流中に置かれている。一樣流の方向に $x$ 軸, それに垂直に $y$ 軸を選ぶ。一樣流については速度ベクトル $(u_\infty, 0)$ , 音速 $a_\infty$ , 薄翼近傍の流れについては速度ベクトル $(u, v) = (u_\infty + \bar{u}, \bar{v})$ , 音速 $a$ とする。ここで, 擾乱速度ポテンシャル $\phi$ が定義でき,  $\bar{u} = \partial\phi/\partial x$ ,  $\bar{v} = \partial\phi/\partial y$ と表される。

### 第1問

式(1)に変換  $\xi = x$ ,  $\eta = \sqrt{1 - M_\infty^2} y$ ,  $\tilde{\phi} = \sqrt{1 - M_\infty^2} \phi$  を施すと, 非圧縮性渦なし流れを表すラプラス方程式になることを示せ。

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

### 第2問

圧縮性渦なし流れ中の薄翼の表面圧力係数 $C_p$ は式(2), 非圧縮性渦なし流れ中の薄翼の表面圧力係数 $C_{p,0}$ は式(3)で表すことができる。式(4)の関係が成り立つことを示せ。

$$C_p = -\frac{2}{u_\infty} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2)$$

$$C_{p,0} = -\frac{2}{u_\infty} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \xi} \quad (3)$$

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} C_{p,0} \quad (4)$$

### 第3問

第2問で示した非圧縮性流れと圧縮性流れの圧力係数を結びつける法則の名称を答えよ。またその法則が適用できる条件を述べよ。

(次ページへ続く)

#### 第4問

2次元非圧縮性流れに迎角 $\alpha$ で置かれた薄い対称翼の揚力係数は $c_{l,0} = 2\pi\alpha$ と近似される。この近似と上述の法則を使って、一様流マッハ数0.6、迎角2度の場合の揚力係数 $c_l$ を四捨五入で小数点以下第3位まで求めよ。ここで、 $\pi = 3.14$ とする。

#### 第5問

エネルギー保存則から式(5)の関係が成り立つ。 $a^2$ を上で定義した記号を使って表せ。ここで擾乱速度の2次以上の項は無視する。

$$\frac{u_\infty^2}{2} + \frac{a_\infty^2}{\gamma-1} = \frac{u^2+v^2}{2} + \frac{a^2}{\gamma-1} \quad (5)$$

#### 第6問

速度ポテンシャル $\Phi$ を式(6)、(7)で定義する。第5問の答えを使って、 $\Phi$ が満たす方程式(8)から式(1)を導け。擾乱速度の2次以上の項は無視する。また、式(1)が遷音速流れでは成立しない理由を述べよ。

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad (6)$$

$$v = \frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad (7)$$

$$\left(1 - \frac{u^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \frac{2uv}{a^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y} + \left(1 - \frac{v^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (8)$$

## 固体力学（午前）

上昇するロケットを考える。図1に示すように、ロケットは、全長 $4L$ 、単位長さ当たりの質量 $\mu$ である一様な梁にモデル化されている。梁は外径 $D$ 、一様な厚さ $t$ の円筒殻であり、 $D \gg t$ である。この梁に用いられている等方性材料のヤング率と剪断弾性係数を、それぞれ $E$ と $G$ で表す。ロケットの先端を $xy$ 座標系の原点として、重力加速度 $g$ の向きは $x$ 軸に平行で正方向である。単位長さ当たり $P$ の一様な分布荷重が $0 \leq x \leq L$ の範囲に負荷されている。このロケットに角加速度が生じないように、ロケット後端( $x = 4L$ )に加わる推力 $T$ は角度 $\beta$ だけ傾けられている。角度 $\beta$ は $\sin \beta = \beta$ ,  $\cos \beta = 1$ が近似的に成り立つ大きさとする。また、角速度もゼロであり、振動も生じていない。ロケットの弾性変形に起因するモーメントを考慮する必要はない。

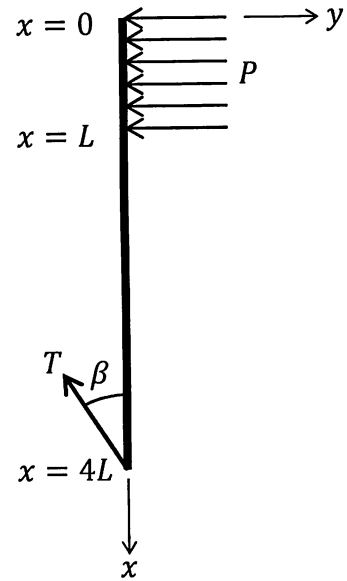


図1

### 第1問

機体の $y$ 軸方向加速度を $P, \mu$ で示せ。

### 第2問

梁断面に働く剪断荷重 $S(x)$ を $P, L$ を用いて示せ。また、その剪断荷重図を表せ。 $S(0), S(L), S(4L)$ 及び $S(x) = 0$ となる $x$ を $P, L$ を用いて図中に記入せよ。 $S(x)$ の定義を図2に示す。

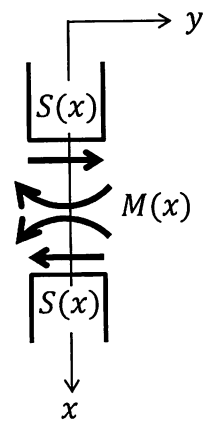


図2

### 第3問

梁断面に働く曲げモーメント $M(x)$ を $P, L$ を用いて示せ。また、その曲げモーメント図を表せ。 $M(0), M(L), M(4L)$ 及び $M(x)$ の最大値を $P, L$ を用いて図中に記入せよ。 $M(x)$ の定義を図2に示す。

### 第4問

梁理論に基づいて、曲げモーメント $M(x)$ が最大になる位置での梁断面の垂直応力の最小値 $\sigma_{x,min}$ を示せ。引張応力を正とする。

(次ページへ続く)

図3に示すように、前述のロケットの梁モデルと同じ断面と材質の円筒殻の一端を固定し、他端の剪断中心に荷重  $Q$  を  $y$  軸に平行な負の方向に静的に負荷する。円筒殻の長さは  $L$  であり、周方向に  $y$  軸からとった角度を  $\theta$  とする。円筒殻には、 $x$  方向の垂直応力  $\sigma_x(x, \theta)$ 、周方向の垂直応力  $\sigma_\theta(x, \theta)$ 、面内剪断応力  $\tau_{x\theta}(x, \theta)$  のみ生じるとする。また、各応力は円筒殻の厚さ方向に一定とする。重力の影響は無視せよ。

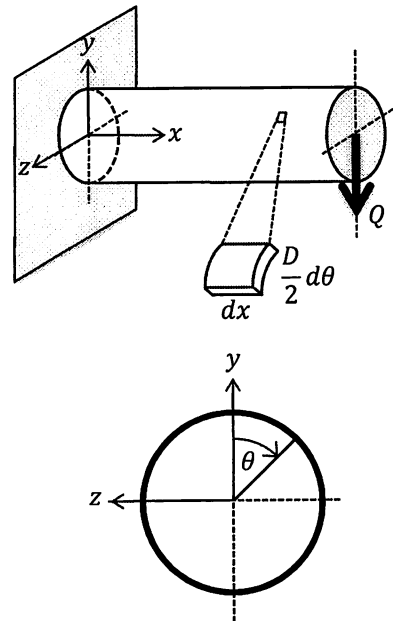


図3

#### 第5問

図3に示す微小要素  $(D/2) d\theta dx$  において、応力の釣合に関する微分方程式を  $x$  方向と  $\theta$  方向それぞれについて示せ。

#### 第6問

垂直応力  $\sigma_x(x, \theta)$  は、梁理論より導かれる曲げ応力のみで表すとする。応力の釣合に関する微分方程式とこの仮定に基づき、剪断応力  $\tau_{x\theta}(x, \theta)$  を求めよ。導出過程を示すこと。

#### 第7問

荷重  $Q$  を負荷した位置の  $y$  方向変位  $\delta_y$  を以下の仮定を用いて求めよ。

- ・  $\sigma_\theta(x, \theta) = 0$  である。
- ・ 梁理論より導かれた  $\sigma_x(x, \theta)$  と第6問で得られた  $\tau_{x\theta}(x, \theta)$  は、両端も含めた円筒殻全ての場所において適用可能である。
- ・ 荷重  $Q$  がなした仕事は全て、円筒殻に蓄えられる弾性エネルギーとなる。

## 航空宇宙システム学 (午前)

### 第1問

1. ロケットの推進性能を考える。当該ステージの点火時の初期質量は、当該ステージが輸送するペイロード質量(多段ロケットの場合は上段の質量の総和)、当該ステージの推進剤質量、および当該ステージの構造質量で構成される。

1 段式ロケットを考える。発揮すべき増速量を  $\Delta V$ 、推進機関の特性排気速度を  $c$ 、打上げ時の初期質量に対する、ペイロードと推進剤以外の質量の比すなわち構造質量比を  $\beta$  とする。打上げ時の初期質量に対する、この増速後に輸送されるペイロード質量の比  $\lambda_1$  を求めよ。

以下では、2 段式ロケットを考える。第1段と第2段の、発揮すべき増速量を  $\Delta V_1$  および  $\Delta V_2$ 、推進機関の特性排気速度を  $c_1$  および  $c_2$ 、各段の点火時の初期質量に対するペイロードと推進剤以外の質量の比すなわち構造質量比を  $\beta_1$  および  $\beta_2$  とする。

2. 打上げ時の初期質量に対する、この増速  $\Delta V_1$  および  $\Delta V_2$  の完了後に輸送されるペイロード質量の比  $\lambda_2$  を求めよ。

3. 総増速量が  $\Delta V_1 + \Delta V_2 = \Delta V^*$  と規定されているとする。

両段の推進機関の特性排気速度  $c_1$  および  $c_2$  が同一、すなわち  $c$  である場合、上記の打上げ時の初期質量に対する、この増速  $\Delta V^*$  の完了後に輸送されるペイロード質量の比を最大とさせる  $\Delta V_1$  および  $\Delta V_2$  の値を求めよ。

4. 特に 3. において  $\beta_1 = \beta_2$  である場合について、打上げ時の初期質量に対する、この増速  $\Delta V^*$  の完了後に輸送されるペイロード質量の比を最大とさせる  $\Delta V_1$  および  $\Delta V_2$  の値を求めよ。

(次ページに続く)

第2問

図1に示す制御システムについて、以下の設問に答えよ。

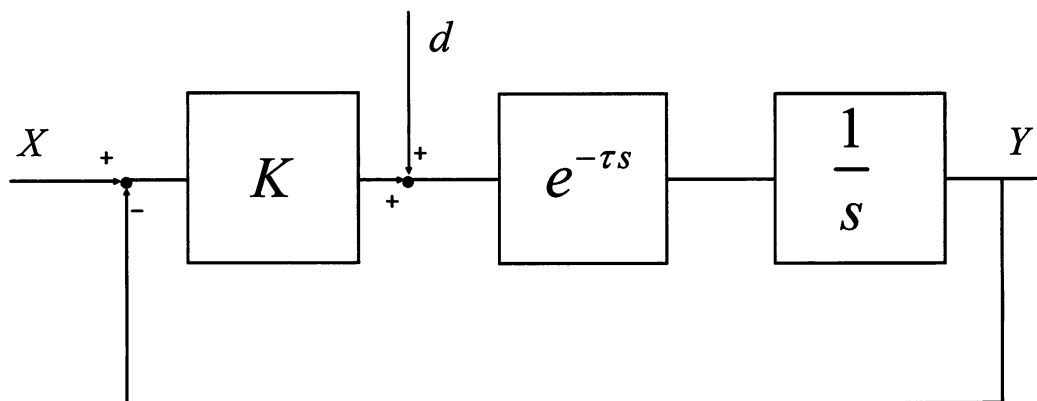


図1

まず、時間遅れ  $\tau$  をゼロとする。また、制御ゲイン  $K$  は正に選ばれていると仮定する。

1. 制御指令値  $X$  のステップ入力（大きさが  $X^*$ ）に対する出力  $Y$  の定常誤差  $Y - X^*$  はいくらか。
2. 制御指令値  $X$  をゼロとする。外乱入力  $d$  のステップ入力（大きさが  $d^*$ ）に対する出力  $Y$  の定常値はいくらか。

次に、時間遅れ  $\tau$  が存在すると仮定する。閉ループ系の特性を、 $X$  の角周波数をゼロから上昇させて測定していたところ、ある角周波数  $\omega^*$  で  $Y$  が不安定化した。

3. 時間遅れ  $\tau$  を  $\omega^*$  を用いて表せ。
4. 採用されていたゲイン  $K$  はいくらだったか。  $\omega^*$  を用いて表せ。
5. 閉ループ系が安定であるために、ゲイン  $K$  に求められる条件を、  $\tau$  を用いて表せ。

## 推進工学（午前）

図1および図2に示されるように、水平方向（ $x$ 方向）に一定速度 $v$ で走っている質量 $m$ の物体を考える。物体は弾性定数 $k$ のばねと減衰係数 $c$ の粘性減衰器を介し路面と常に接地している車輪に結合されている。簡単のため、車輪は点であるとし、物体は鉛直方向（ $y$ 方向）のみ振動するとする。この時、非減衰固有振動数 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 、減衰比 $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$ とする。

第1問 図1に示されるように時刻 $t = 0$ において物体は $y = a \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ で示される波状路に入ることとする。時刻 $t$ における物体の水平方向位置 $x$ の路面高さが $y = a \sin \omega t$ で表される時、 $\omega$ を求めよ。また物体の静的な釣り合い位置からの変位を $\xi(t)$ とする時、 $\xi$ に関する運動方程式を $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega$ ,  $a$ ,  $t$ を用いて求めよ。

第2問 振動数比を $f = \frac{\omega}{\omega_0}$ とする。第1問において $\xi(0) = 0$ および $\dot{\xi}(0) = 0$ とする時、 $t \geq 0$ における $\xi(t)$ を $\zeta$ ,  $f$ ,  $\omega_0$ ,  $a$ ,  $t$ を用いて求めよ。ただし、 $\dot{\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial t}$ とする。

第3問 第1問において減衰係数 $c = 0$ の時、 $\xi(t)$ の振幅が発散する時の速度 $v_{cr}$ を求めよ。

第4問 第1問において $v \gg v_{cr}$ の一定速度で走行しているとする。十分時間が経過した時、物体にかかる加速度を最小化したい。どのようにすればよいか式を用いて説明せよ。

第5問 同様に図2に示されるように時刻 $t = 0$ において物体は波長 $\lambda$ 、振幅 $a$ の矩形波からなる仮想的な路面に入ることとする。十分時間が経過した時の $\xi(t)$ を求めよ。

但し、 $x = \frac{n\lambda}{2}$ で現れる不連続点（ $n$ は整数）においては $y = 0$ であるとする。

（次ページへ続く）



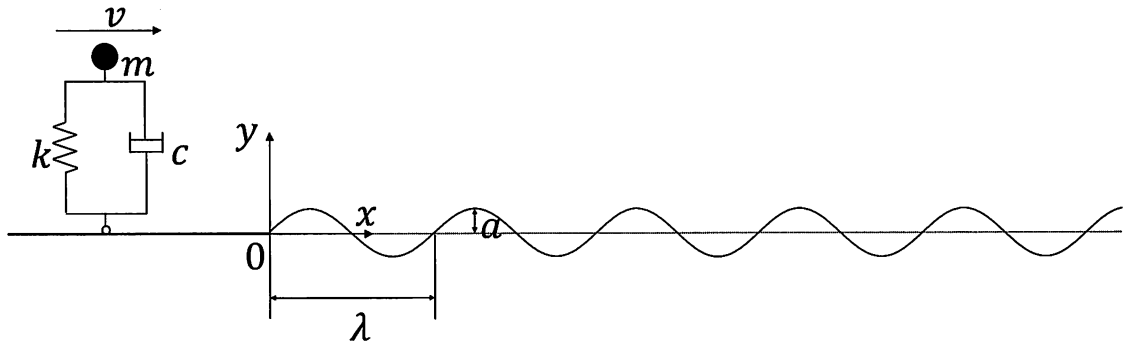


图 1

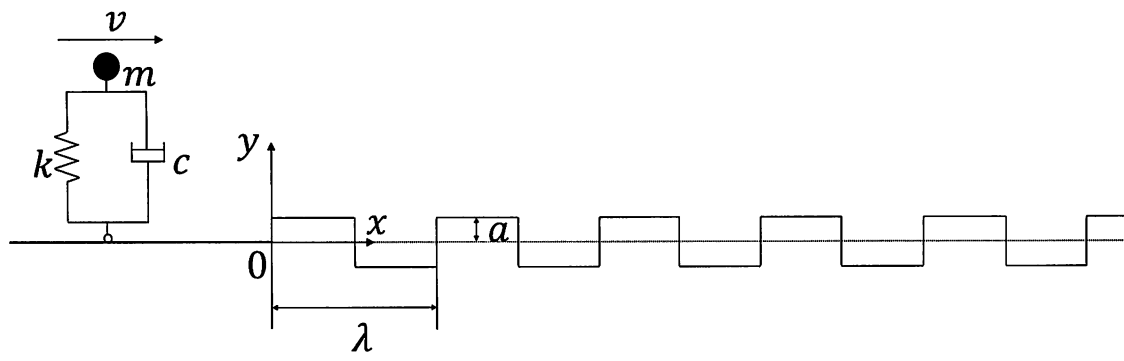


图 2